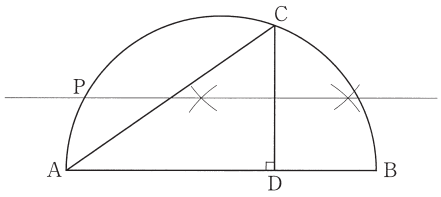
第 5 講座　平面図形

P. 55

1

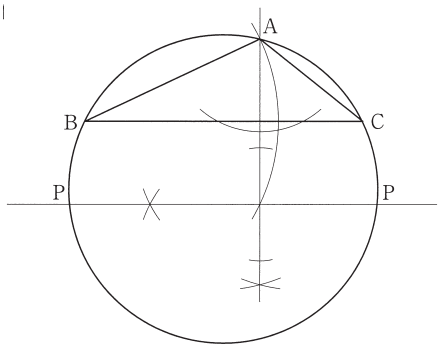
(1)＜解答例＞



＜考え方・解き方＞

△ADC の面積を半分にするには，高さを半分にすればよいので，線分 CD の垂直二等分線と $\overset{\frown}{AC}$ との交点が点 P である。

(2)＜解答例＞



＜考え方・解き方＞

作図の手順は以下の通り。

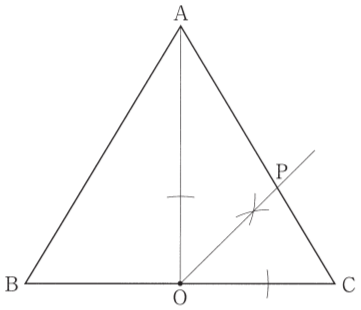
①点 A を通る BC の垂線を作図し，BC との交点を O とする。

②中心を O，半径を OA とする円弧をかき，BC の垂線との交点を Q とする。

③点 Q を通る半直線 OA の垂線をかく。

半直線 OA の垂線と円との交点が点 P である。

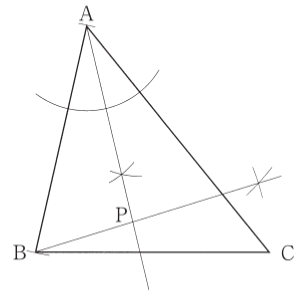
(3)＜解答例＞



＜考え方・解き方＞

AB＝AC の二等辺三角形 ABC で辺 BC の中点 O と A を結ぶと∠AOC＝90° となるので，∠AOC の二等分線と辺 AC の交点が点 P である。

(4)＜解答例＞



＜考え方・解き方＞

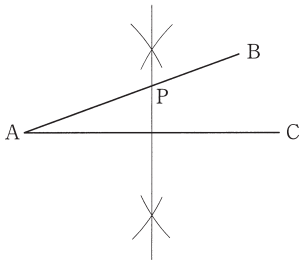
作図の手順は以下の通り。

①∠BAP＝∠CAP なので，点 P は∠BAC の二等分線上にある。よって，∠BAC の二等分線を作図する。

②∠PBA＝60° なので，線分 AB を 1 辺とする正三角形を作図する。

③①と②の交点が点 P となる。

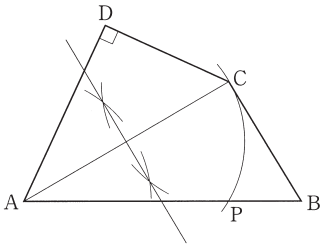
(5)＜解答例＞



＜考え方・解き方＞

∠PAC＝∠PCA より，二等辺三角形 PAC を作図する。二等辺三角形の頂角の二等分線は，底辺を垂直に 2 等分するので，線分 AC の垂直二等分線と線分 AB の交点が点 P である。

(6)＜解答例＞



＜考え方・解き方＞

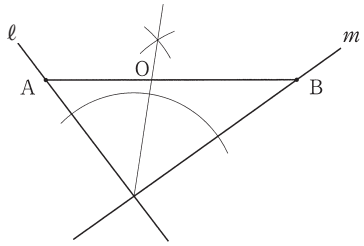
$\overset{\frown}{AD}$ の円周角より，∠APD＝∠ACD となればよい。よって，点 P は 3 点 A，C，D を通る円と辺 AB の交点となる。したがって，作図の手順は以下の通り。

①線分 AC の垂直二等分線を作図し，3 点 A，C，D を通る円の中心を求める。

②①で求めた円の中心から点 C までの長さを半径とする，C を通る円弧を作図する。

③②と辺 AB の交点が点 P となる。

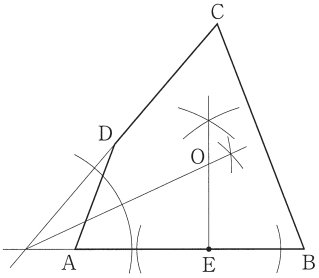
(7)**＜解答例＞**



＜考え方・解き方＞

直線 ℓ，m に接するので，2つの直線がつくる角の二等分線を作図し，線分 AB との交点が中心 O である。

(8)**＜解答例＞**



＜考え方・解き方＞

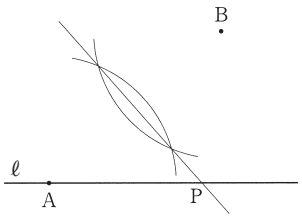
作図の手順は以下の通り。

①点 E で辺 AB に接するので，点 E を通る辺 AB への垂線を作図する。

②辺 AB と辺 CD に接するので，この 2 辺を延長してできた角の二等分線を作図する。

③①と②の交点が中心 O である。

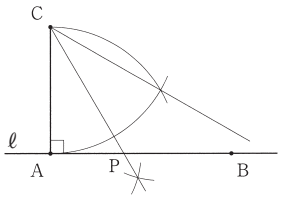
(9)**＜解答例＞**



＜考え方・解き方＞

点 P は，2 点 A，B から等しい距離にあるので，線分 AB の垂直二等分線を作図する。よって，線分 AB の垂直二等分線と直線 ℓ の交点が点 P となる。

(10)**＜解答例＞**



＜考え方・解き方＞

∠ACP＝30° の直角三角形 ACP を作図すれば，∠APC＝60° となるので，∠CPB＝120° となる。よって，作図の手順は以下の通り。

①線分 AC を 1 辺とする正三角形を作図する。

②頂点 C の角の二等分線を作図する。

③②と直線 ℓ の交点が点 P である。

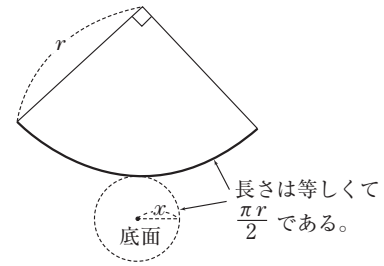
P. 58

2＜解答例＞

(1) $\frac{\pi r^2}{16}$　(2) 144°　(3) 3π cm　(4) $y=\frac{720}{x}$

＜考え方・解き方＞

(1)



おうぎ形の弧の長さは半径が r，中心角が90° だから，$2\pi r\times\frac{90^\circ}{360^\circ}=\frac{\pi r}{2}$ である。ここで，おうぎ形の弧の長さと，底面の円の円周とは等しいから，底面の円周は $\frac{\pi r}{2}$ である。この円の半径を x とすると，円周の長さの関係より，

$$2\pi x=\frac{\pi r}{2}$$

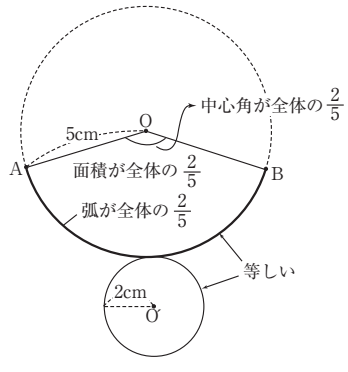
$$x=\frac{r}{4}$$

よって，円の面積は $\frac{r}{4}\times\frac{r}{4}\times\pi=\frac{\pi r^2}{16}$ である。

(2)円 O の円周は 10π，$\overset{\frown}{AB}$ の長さは円 O′ の円周と等しいので 4π である。よって，$\overset{\frown}{AB}$ の長さは全体の円周の $\frac{4\pi}{10\pi}=\frac{2}{5}$ である。よって，おうぎ形の面積は全体の円 O の面積の $\frac{2}{5}$，中心角は全体の360° の $\frac{2}{5}$ である。よって，

$$\text{中心角}=360\times\frac{2}{5}$$

$$=144^\circ$$



⑶弧の長さ＝円周×$\frac{108^\circ}{360^\circ}$より，

$(2\times5\times\pi)\times\frac{108^\circ}{360^\circ}=10\pi\times\frac{3}{10}$

$=3\pi$ (cm)

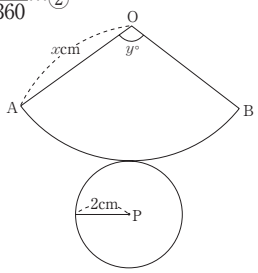
⑷$\overset{\frown}{AB}$の長さは円Pの周と等しいから，

$\overset{\frown}{AB}=2\times2\times\pi$

$=4\pi$…①

ここで，おうぎ形の弧の長さを求める公式を利用して，

$\overset{\frown}{AB}=2\times x\times\pi\times\frac{y}{360}$…②



①，②より，

$2\pi x\times\frac{y}{360}=4\pi$

$\frac{xy}{360}=2$

$xy=720$

$y=\frac{720}{x}$

P. 58

3 ＜解答例＞

⑴ $a+b$　⑵ $\frac{3}{2}$倍　⑶ 59°

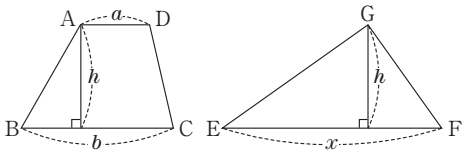
⑷ イ，エ　⑸ $\frac{360^\circ}{n}$　⑹ 41°

⑺ $n=18$　⑻ ①×　②○　③×

⑼ 98°　⑽ $a=8-\frac{4}{3}b$

＜考え方・解き方＞

⑴



2つの多角形の高さをともにh，EF$=x$とすると，

台形ABCD＝△GEFより，

$(a+b)\times h\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\times x\times h$

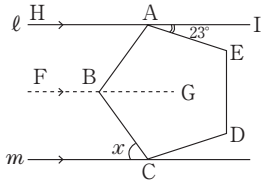
$(a+b)\times h=x\times h$

$a+b=x$

よって，△GEFの底辺EFの長さは$a+b$で表される。

⑵もとの台形の上底の長さを$2a$，下底の長さを$4a$，高さをhとおくと，面積は$(2a+4a)\times h\times\frac{1}{2}=3ah$となる。また，上底の長さを半分に，下底の長さを2倍にしてできる台形の面積は$(a+8a)\times h\times\frac{1}{2}=\frac{9}{2}ah$なので$\frac{9}{2}ah\div3ah=\frac{3}{2}$(倍)になっている。

⑶



上図のように点Bを通り，直線ℓ，mに平行な直線FGを引くと，

∠BAE＝108°

∠BAI＝108＋23＝131°

∠ABF＝∠BAI＝131°

よって，∠ABG＝180－131＝49°となる。よって，

∠GBC＝108－49＝59°となり，

$\angle x=\angle$GBC＝59°である。

⑷アオのそれぞれの逆は次のようになる。

ア$x>6$ならば，$x=7$である。

イ自然数nが2でも3でもわりきれるならば，nは6の倍数である。

ウ△ABCにおいて，∠B＝60°ならば，AB＝BC＝CAである。

エ四角形が平行四辺形ならば，対角線がそれぞれの中点で交わる。

オ△ABCと△DEFにおいて，△ABC＝△DEFならば，△ABC≡△DEFである。

⑸正多角形の外角の和は常に360°であるから，正n角形の1つの外角の大きさは，

$360\div n=\frac{360}{n}$

⑹△BDEは，頂角DBEが38°の二等辺三角形だから，

∠BDE＝(180－38)÷2＝71°…①

△BCDで，∠BCD＝∠BAD＝112°，∠DBC＝38°より，

∠BDC＝180－(38＋112)＝30°…②

①，②より，

∠EDC＝∠BDE－∠BDC

＝71－30

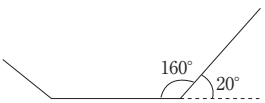
＝41°

⑺1つの外角は，

180－160＝20°で，

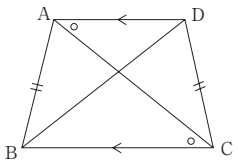
外角の和は360°だから，

360÷20＝18°

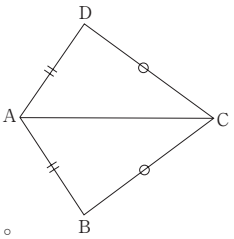


よって，正18角形なので，$n=18$となる。

⑻①∠DAC＝∠BCAより，AD∥BCとなるが，AB＝DCの条件では右図のような等脚台形も考えられる。



②条件の式は，「対角線が，それぞれの中点で交わる。」という平行四辺形の成立条件におきかえられる。



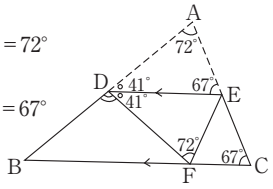
③△BAC≡△DACであれば，右図のような線対称な図形も考えられる。

⑼折り返しの図なので，

∠DAE＝∠DFE＝72°

DE∥BCより，

∠AED＝∠ECF＝67°



△ADEで，

∠ADE＝180－(72＋67)

$=41°$

よって，∠FDE も41°なので，

$\angle BDF = 180 - 41 \times 2$

$= 98°$

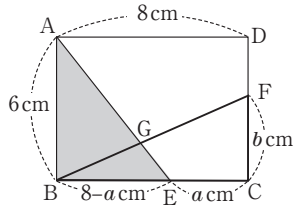
⑽△ABE＝△ABG＋△BEG，△BCF＝四角形 ECFG＋△BEG より，△ABE と△BCF の面積が等しい。

よって，

$\triangle ABE = \triangle BCF$

$\frac{1}{2} \times 6 \times (8-a) = \frac{1}{2} \times 8 \times b$

これを a について解くと，$a = 8 - \frac{4}{3}b$



P. 60

4 ＜解答例＞

⑴　6 cm　　⑵　①ウ　②イ

＜考え方・解き方＞

⑴右図のような三角形において，

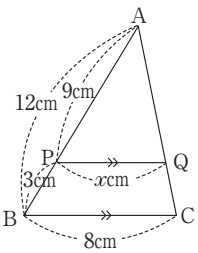
PQ∥BC より，

$AP : AB = PQ : BC$

$9 : 12 = x : 8$

$x = 6$

よって，PQ＝6(cm)



⑵①四角形 GHPF，FJBP はともに平行四辺形だから，

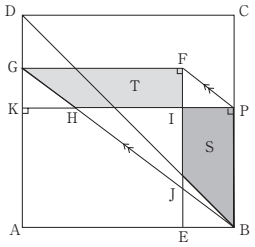
GF＝HP

FJ＝PB

また，

∠GFI＝∠IPB

＝90



よって，△GFJ ≡△HPB なので，

△GFJ＝△HPB…①

ここで，

台形 GHIF＝△GFJ－△HIJ…②

台形 IJBP＝△HPB－△HIJ…③

①，②，③より，

台形 GHIF＝台形 IJBP

台形 GHIF＝T，台形 IJBP＞S だから，S は T より小さい。

②直角三角形 GAQ で，三平方の定理の原理を利用すると，

ア＝イ＋ウ…①

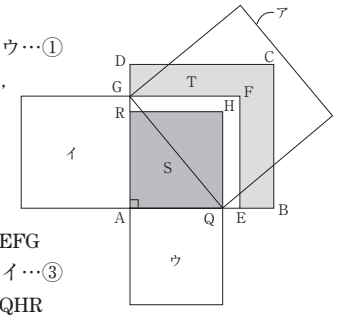
AB＝GQ より，

正方形 ABCD ＝ア…②

また，

正方形 AEFG ＝イ…③

正方形 AQHR ＝ウ…④



ここで，②，③，④より，

T＝正方形 ABCD－正方形 AEFG＝ア－イ

S＝正方形 AQHR＝ウ

よって，

T－S＝(ア－イ)－ウ…⑤

①，⑤より，

T－S＝ア－イ－ウ

＝(イ＋ウ)－イ－ウ

＝0

よって，T＝S である。

P.61

5 ＜解答例＞

⑴　38°　⑵　58°　⑶　117°　⑷　115°　⑸　29°

⑹　41°　⑺　55°　⑻　17°　⑼　80°　⑽　27°

＜考え方・解き方＞

⑴円の半径 OE が，弦 AC を二等分しているので，OE と AC は垂直に交わっている。よって，∠ADO＝90°である。条件より，∠OAD＝14°であるから，

$\angle AOD = 180 - 90 - 14$

$= 76°$

ここで，円周角の定理より，

$\angle ABE = \frac{1}{2}\angle AOD$

$= \frac{1}{2} \times 76$

$= 38°$

⑵AB∥OC より，錯角が等しいので，

$\angle ABD = \angle BOC$

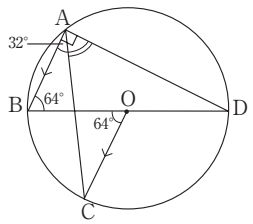
$= 64°$

BC を弧とする円周角は，

$\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC$

$= \frac{1}{2} \times 64$

$= 32°$



線分 BD が直径なので，∠BAD＝90°だから，

$\angle DAC = \angle BAD - \angle BAC$

$= 90 - 32$

$= 58°$

⑶点 B，D を結ぶと，円周角の定理より，

$\angle BDC = \frac{1}{2}\angle BOC$

$=\frac{1}{2}\times 54$

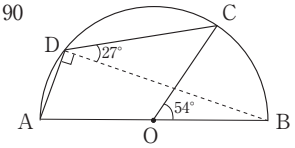
$=27°$

また，∠ADB＝90°だから，

∠CDA＝∠BDC＋∠ADB

$=27+90$

$=117°$



(4)∠BOC＝180－∠COD より，

∠BOC＝180－36

$=144°$

円周角の定理より，

$\angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC$

$=\frac{1}{2}\times 144$

$=72°$

△ABE の外角だから，

∠AED＝∠ABE＋∠BAE

$=43+72$

$=115°$

(5)△OBD は二等辺三角形なので，

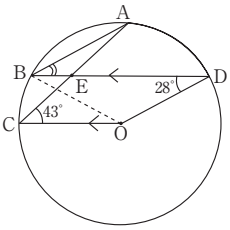
∠OBD＝28°

BD∥CO より，

∠BOC＝∠OBD＝28°

$\overset{\frown}{BC}$ がつくる円周角だから，

$\angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC=14°$



BD∥CO より，

∠AED＝∠ACO＝43°

△ABE で外角の性質より，∠ABD＝43－14＝29°

(6)△OCD は OD＝OC の二等辺三角形であるが，条件より，OC＝CD でもあるので，正三角形である。

よって，

∠ODC＝60°

円周角の定理より，

$\angle BDC=\frac{1}{2}\angle BOC=19°$

よって，

∠BDO＝60－19＝41°

(7)∠AEB＝90°だから，

∠BED＝108－90

$=18°$

$\overset{\frown}{BD}$の円周角だから，

∠BCD＝∠BED＝18° ――― ①

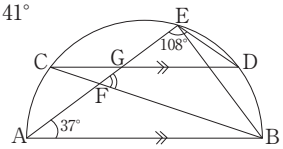
CG∥AB より，錯角は等しいので，

∠CGF＝∠BAF＝37° ――― ②

∠BFE は△CFG の外角だから，①，②より，

∠BFE＝18＋37

$=55°$



(8)∠ACB＝90°で，

DC＝BC だから，

△CDB は直角二等辺三角形

よって，

∠CDB＝45°

$\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角だから，

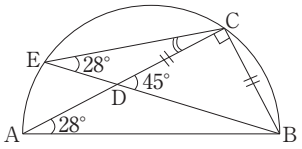
∠CEB＝∠CAB

$=28°$

△CED の外角だから，

∠DCE＋28＝45

∠DCE＝17°



(9)点 O と 2 点 C，D を結ぶと，OA＝OC より，△OAC は二等辺三角形となるので，∠OAC＝∠OCA＝70°

よって，∠OCE＝110°，∠AOC＝40°となる。

ここで，$\overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{CD}=1:2$より，∠AOC：∠COD＝1：2となる。

したがって，∠COD＝∠AOC×2＝40×2＝80°

また，接線 DE と円の半径 OD は直交するので，

∠ODE＝90°

四角形 ODEC の内角の和は360°より，

∠CED＝360－∠COD －∠ODE －∠OCE

$=360-80-90-110$

$=80°$

(10)△ABC，△OABは二等辺三角形なので，

∠CAB＝(180－54)÷2

$=63°$

∠OAB＝(180－140)÷2

$=20°$

円周角の定理より，

$\angle ADB=\frac{1}{2}\angle AOB$

$=\frac{1}{2}\times 140$

$=70°$

△ACDの外角だから，

∠CAD＋54＝70

∠CAD＝16°

よって，

∠OAD＝∠CAB－∠CAD－∠OAB

$=63-16-20$

$=27°$

P. 64

6 ＜解答例＞

(1) △AFCと△BEDにおいて，

∠FACと∠EBDは，$\overset{\frown}{CE}$に対する円周角だから，

∠FAC＝∠EBD……①

ABは，半円の直径だから，

∠ACF＝90° ……②

一方，OD⊥BC だから，

∠BDE＝90° ……③

②，③より，

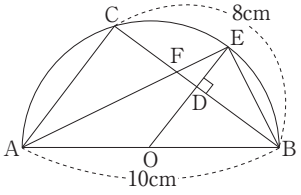
∠ACF＝∠BDE……④

①，④より，２組の角がそれぞれ等しいから，
△AFC∽△BED

(2)① 2cm　② $3\sqrt{5}$cm

＜考え方・解き方＞

(2)① DB＝DC だから，
DB＝4
OB＝5だから，
△DOB で，
$DO^2+4^2=5^2$
DO＝3
OE＝5だから，
DE＝5－3
＝2(cm)



②△ABC で，
$AC^2+8^2=10^2$
AC＝6
△EDB で，
$EB^2=2^2+4^2$
$EB=2\sqrt{5}$
よって，(1)より，
AC：BD＝AF：BE
6 ： 4 ＝AF：$2\sqrt{5}$
AF＝$3\sqrt{5}$(cm)

P. 64

7 ＜解答例＞

(1) (*a*)△EDG　(*b*)△AEG　(逆でも可)

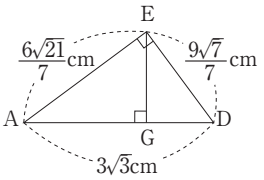
(2) 選択した三角形が△EDGのとき
証明　△ADE と△EDG において，
２つの三角形に共通な角だから，
∠ADE＝∠EDG ……①
AB は半円の直径だから，
∠AED＝∠ACB＝90° ……②
一方，EF∥CB だから，
∠EGD＝∠ACB ……③
②，③より，∠AED＝∠EGD ……④
①，④より，２組の角がそれぞれ等しいから，
△ADE∽△EDG

選択した三角形が△AEGのとき
証明　△ADE と△AEG において，
２つの三角形に共通な角だから，
∠DAE＝∠EAG ……①
AB は半円の直径だから，
∠AED＝∠ACB＝90° ……②
一方，EF∥CB だから∠AGF＝∠ACB＝90°
よって，∠AGE＝90° ……③
②，③より，∠AED＝∠AGE ……④
①，④より，２組の角がそれぞれ等しいから，
△ADE∽△AEG

(3) $\frac{12}{7}$ cm

＜考え方・解き方＞

△ADE，△AGE，
△DGE はすべて
相似である。



(3)△ABC で，
$AC^2+6^2=12^2$
AC＝$6\sqrt{3}$
よって，CD＝$3\sqrt{3}$なので，△BCD で，
$DB^2=(3\sqrt{3})^2+6^2$
DB＝$3\sqrt{7}$
AD＝$3\sqrt{3}$だから，△ADE∽△BDC より，
AE＝$\frac{6\sqrt{21}}{7}$，ED＝$\frac{9\sqrt{7}}{7}$
よって，△AED∽△AGE より，
AG＝$\frac{12\sqrt{3}}{7}$
GF∥CB だから，
AG：AC＝GF：BC
$\frac{12\sqrt{3}}{7}$：$6\sqrt{3}$＝GF：6
GF＝$\frac{12}{7}$(cm)

P. 65

8 ＜解答例＞

(1) 証明　△ABC と△CDO において，
△OAC は OA＝OC の二等辺三角形だから，
∠BAC＝∠DCO ……①
AB は半円の直径だから，
∠ACB＝90° ……②
一方，DO⊥OC だから，
∠COD＝90° ……③
②，③より，
∠ACB＝∠COD ……④
①，④より，２組の角がそれぞれ等しいから，
△ABC∽△CDO

(2) ① $\frac{9\sqrt{2}}{4}$ cm　② $\frac{7\sqrt{2}}{8}$ cm²

＜考え方・解き方＞

(2)①△ABC より，
$AC^2=6^2-2^2$
＝32
AC＝$\pm 4\sqrt{2}$
AC＞0なので，AC＝$4\sqrt{2}$
(1)より，
AB：CD＝AC：CO
6 ：CD＝$4\sqrt{2}$：3
CD＝$\frac{9\sqrt{2}}{4}$(cm)

(2)②点 O から AC に垂線をひき，交点を H とする。
中点連結定理より，
OH＝$2\times\frac{1}{2}=1$

(2)①より，

$AD=4\sqrt{2}-\frac{9\sqrt{2}}{4}=\frac{7\sqrt{2}}{4}$

よって，△AOD の面積は，

$\frac{7\sqrt{2}}{4}\times1\times\frac{1}{2}=\frac{7\sqrt{2}}{8}(\text{cm}^2)$

P. 65

9 ＜解答例＞

(1) 証明　△EAD と△AGD において，

2つの三角形に共通な角だから，

$\angle ADE=\angle GDA$ ……①

∠AED は$\overset{\frown}{AD}$に対する円周角で，$\angle AOD=90°$ だから，

$\angle AED=45°$ ……②

一方，四角形 OACD は正方形で，AD は対角線だから，

$\angle GAD=45°$ ……③

②，③より，

$\angle AED=\angle GAD$ ……④

①，④より，2組の角がそれぞれ等しいから，

△EAD∽△AGD

(2) ① $\frac{9\sqrt{10}}{5}$cm　② $\frac{16}{5}$cm²

＜考え方・解き方＞

(2)①△ODG より，

$GD^2=3^2+1^2$

$GD=\pm\sqrt{10}$

GD＞0なので，$GD=\sqrt{10}$

OA は半径なので，6÷2＝3。また，△OAD は直角二等辺三角形なので，

$AD=OA\times\sqrt{2}$

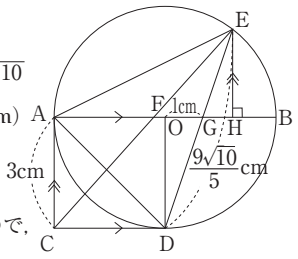
$=3\sqrt{2}$

(1)より，

ED：AD＝AD：GD

$ED:3\sqrt{2}=3\sqrt{2}:\sqrt{10}$

$ED=\frac{9\sqrt{10}}{5}(\text{cm})$



(2)② FG∥CD より，

△EFG∽△ECD なので，

FG：CD＝EG：ED

$FG:3=(\frac{9\sqrt{10}}{5}-\sqrt{10}):\frac{9\sqrt{10}}{5}$

FG：3＝4：9

$FG=\frac{4}{3}$

よって，

$AF=(3+1)-\frac{4}{3}=\frac{8}{3}$

また，

CF：EF＝DG：EG

＝(9－4)：4

＝5：4

点Eから線分ABに垂線をひき，垂線と線分ABの交点をHとおく。

AC∥EH より，△AFC∽△HFE なので，

AC：EH＝CF：EF

3：EH＝5：4

$EH=\frac{12}{5}$

$\triangle AFE=AF\times EH\times\frac{1}{2}$なので，

$\frac{8}{3}\times\frac{12}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{16}{5}(\text{cm}^2)$

P. 66

10 ＜解答例＞

(1) ア 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい

イ EF⊥AB だから，

$\angle EFO=90°$ ……⑤

④，⑤より，

$\angle ADO=\angle EFO$ ……⑥

対頂角は等しいから，

$\angle AOD=\angle EOF$ ……⑦

また，AO，EO はともに円の半径だから，

AO＝EO ……⑧

⑥より，△AOD と△EOF はともに直角三角形であり，⑦，⑧より，斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい。

(2) $\sqrt{6}$(cm)

＜考え方・解き方＞

(2) AO は半径なので，

6÷2＝3

AD＝CD より，点 D は AC の中点である。

中点連結定理より，

$OD=\frac{1}{2}BC$

$=\frac{1}{2}\times4$

＝2

(1)より，△AOD≡△EOF なので，

EO＝AO＝3

OF＝OD＝2

△EOF で三平方の定理より，

$EF^2=EO^2-OF^2$

$=3^2-2^2$

$=9-4$

$=5$

$EF=\sqrt{5}$

BF＝OB－OF なので，

3－2＝1

△EBF で，三平方の定理より，

$BE^2=EF^2+BF^2$

$=(\sqrt{5})^2+1^2$

$=5+1$

$=6$

$BE=\sqrt{6}$(cm)

P. 67

11 ＜解答例＞

(1) 証明　△ADC と△BGF において，

AB⊥DC だから，

∠DCA＝90°　……①

OF⊥BE だから，

∠GFB＝90°　……②

①，②より，

∠DCA＝∠GFB　……③

∠DAC と∠DEB は$\overset{\frown}{DB}$に対する円周角だから，

∠DAC＝∠DEB　……④

BG は円の接線で，AB は円の直径だから，

∠ABG＝90° であって，①から DE∥BG である。

よって，

∠DEB＝∠GBF　……⑤

④，⑤より，

∠DAC＝∠GBF　……⑥

③，⑥より，2 組の角がそれぞれ等しいから，

△ADC∽△BGF

(2) ①$2\sqrt{6}$(cm)　②$\frac{7\sqrt{15}}{6}$(cm)

＜考え方・解き方＞

(2)① 2 点 O，E を結び△OCE をつくる。

AB＝10より，

OE＝5

また，

OC＝OB－BC

＝5－4

＝1

よって，△OCE で三平方の定理より，

$CE^2=OE^2-OC^2$

$=5^2-1^2$

$=25-1$

$=24$

$CE=2\sqrt{6}$(cm)

② ED⊥BC より，△BED は BE＝BD の二等辺三角形である。

よって，

CD＝CE＝$2\sqrt{6}$

△ADC で，

$AD^2=AC^2+CD^2$

$=6^2+(2\sqrt{6})^2$

$=60$

$AD=2\sqrt{15}$

△ACE≡△ACD なので，

∠HAO＝∠EAC

AE⊥EB，HF⊥EB より，AE∥HF で錯角は等しいので，

∠HOA＝∠EAC

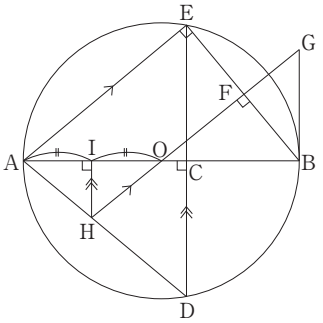
これより，△HAO は HA＝HO の二等辺三角形である。

点 H から線分 AO に垂線をひき，その交点を I とする。△HAO は二等辺三角形なので，

$AI=AO\times\frac{1}{2}$

$=5\times\frac{1}{2}$

$=\frac{5}{2}$



また，HI⊥AC，CD⊥AC より HI∥DC なので，

△AHI∽△ADC である。

よって，

AD：DH＝AC：IC

$2\sqrt{15}:DH=6:\left(6-\frac{5}{2}\right)$

$2\sqrt{15}:DH=6:\frac{7}{2}$

$DH=\frac{7\sqrt{15}}{6}$(cm)

P. 68

12 ＜解答例＞

(1) ア 2 組の辺とその間の角

イ AB は半円の直径だから，

∠ADF＝90°　……⑥

⑤より，∠CED は∠AEO の対頂角だから，

∠CED＝90°　……⑦

⑥，⑦より，

∠ADF＝∠CED　……⑧

∠DAF と∠ECD は，それぞれ$\overset{\frown}{DC}$と$\overset{\frown}{AD}$に対する円周角で，$\overset{\frown}{DC}=\overset{\frown}{AD}$だから，

∠DAF＝∠ECD　……⑨

⑧，⑨より，2 組の角がそれぞれ等しい。

(2) $\frac{7}{5}$倍

＜考え方・解き方＞

(2)△ABC で中点連結定理より，$OE=\frac{1}{2}BC$

$3\times\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

また，DE＝DO－OE より，

$\frac{7}{2}-\frac{3}{2}=2$

△DEF と△BCF で，

∠DFE＝∠BFC

∠DEF＝∠BCF＝90°

2 組の角がそれぞれ等しいので△DEF∽△BCF である。よって，

EF：CF＝DE：BC＝2：3

(1)より，AE＝EC なので，

AE：EF：CF＝5：2：3

よって，

AF：EC＝(AE＋EF)：(EF＋CF)

＝(5＋2)：(2＋3)

＝7：5

△AFD と△CDE の底辺をそれぞれ AF，EC としたとき，2つの三角形の高さは等しいので，

△AFD：△CDE＝AF：EC＝7：5

したがって，

$7\div5=\frac{7}{5}$(倍)

P. 69

13＜解答例＞

(1) 証明　△CDF と△EAC において，

AF⊥DF だから，

∠DFC＝90°　……①

AB は半円の直径だから，

∠ACE＝90°　……②

①，②より，

∠DFC＝∠ACE……③

また，∠ACE＝90° だから，

∠DCF＝90°－∠DCE　……④

∠AEC＝90°－∠CAE　……⑤

∠DCEと∠CAEは，それぞれ$\overset{\frown}{BD}$と$\overset{\frown}{DC}$に対する円周角で，$\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{DC}$だから，

∠DCE＝∠CAE　……⑥

④，⑤，⑥より，

∠DCF＝∠AEC……⑦

③，⑦より，2組の角がそれぞれ等しいから，

△CDF∽△EAC

(2) △DAF，△BAD，△EBD

(3) 説明　AB：AC＝BE：EC＝3：1であり，

$EC=\frac{3\sqrt{2}}{2}$cm。よって，△EAC において，三平方の定理より，

$AE=\frac{3\sqrt{6}}{2}$cm

△EAC∽△BAD だから，AE：AB＝AC：AD

よって，$AD=3\sqrt{6}$cm

△EAC∽△DAF だから，

AC：AF＝AE：AD＝1：2

＜考え方・解き方＞

(2)△CDF∽△EAC を利用するとよい。

△EAC と△DAF で，

(1)より，

∠ACE＝∠AFD＝90°…①

共通な角だから，

∠EAC＝∠DAF…②

①，②より，2組の角がそれぞれ等しいので，

△EAC∽△DAF

よって，(1)より，

△CDF∽△DAF… i

△EAC と△BAD で，

AB は直径なので，

∠ACE＝∠ADB＝90°…①

(1)より，

∠CAE＝∠DAB…②

①，②より，2組の角がそれぞれ等しいので，

△EAC∽△BAD

よって，(1)より，

△CDF∽△BAD… ii

△EAC と△EBD で，

AB は直径なので，

∠ACE＝∠BDE＝90°…①

$\overset{\frown}{DC}$ に対する円周角なので，

∠CAE＝∠DBE…②

①，②より，2組の角がそれぞれ等しいので，

△EAC∽△EBD

よって，(1)より，

△CDF∽△EBD… iii

i，ii，iii より，△CDF と相似な三角形は△DAF，△BAD，△EBD である。

P. 70

14＜解答例＞

(1) 対頂角だから，

∠FED＝∠AEO　……④

③，④より，

∠DCB＝∠FED　……⑤

△OBD は OB＝OD の二等辺三角形だから，

∠CBD＝∠EDF　……⑥

⑤，⑥より，2組の角がそれぞれ等しい。

(2) ①$\frac{9}{4}$倍　②$\frac{5\sqrt{11}}{4}$cm²

＜考え方・解き方＞

(2)①△AOE，△DOC は合同な二等辺三角形だから，

EO＝CO＝1

よって，DE＝5－1＝4

また，CB＝5＋1＝6

△BDC∽△DFE で相似比6：4＝3：2

よって，面積比は，△BDC：△DFE＝$3^2:2^2$＝9：4

したがって，$9\div4=\frac{9}{4}$(倍)。

②①より，DF：DB＝2：3なので，

DF：FB＝2：1…**ア**

ここで，DE：DO＝4：5より，

$\triangle DOF=\triangle DFE\times\frac{5}{4}=\frac{5\sqrt{11}}{2}$

アより，$\triangle BFO=\triangle DOF\times\frac{1}{2}=\frac{5\sqrt{11}}{4}$(cm²)。

P. 71

15＜解答例＞

(1) 証明

△BCF と△CDH において，

△ABC は直角二等辺三角形だから，

∠CBF＝45°　……①

△ACD は直角二等辺三角形だから，

∠DCH＝45°　……②

①，②より，

∠CBF＝∠DCH　……③

∠ACB＝90°だから，
∠BCF＝90°－∠ACF ……④
∠ADC＝90°だから，
∠CDH＝90°－∠ADE ……⑤
∠ACF＝∠ADEだから，④，⑤より，
∠BCF＝∠CDH ……⑥
③，⑥より，2組の角がそれぞれ等しいから，
△BCF∽△CDH

(2) DH：HG＝5：3

＜考え方・解き方＞

(2)△ABC∽△ACDより，
AB：AC＝BC：CD
$12：6\sqrt{2}=6\sqrt{2}：CD$
CD＝6
△BCF∽△CDHより，
BC：CD＝CF：DH
$6\sqrt{2}：6=3\sqrt{5}：DH$
$DH=\frac{3\sqrt{10}}{2}$…①
△CDH∽△GDCより，
DH：DC＝DC：DG
$\frac{3\sqrt{10}}{2}：6=6：DG$
$DG=\frac{12\sqrt{10}}{5}$…②
①，②より，
$HG=\frac{12\sqrt{10}}{5}-\frac{3\sqrt{10}}{2}=\frac{9\sqrt{10}}{10}$
よって，
$DH：HG=\frac{3\sqrt{10}}{2}：\frac{9\sqrt{10}}{10}=5：3$となる。

P. 71

16＜解答例＞

(1) 証明
△ACDと△EFDにおいて，
対頂角は等しいので，
∠ADC＝∠EDF ……①
ADは∠BACの二等分線なので，
∠CAD＝∠OAD ……②
△OAEはOA＝OEの二等辺三角形なので，
∠OAD＝∠FED ……③
②，③より，
∠CAD＝∠FED ……④
①，④より2組の角がそれぞれ等しいから，
△ACD∽△EFD

(2) ①2 cm ②$\frac{3\sqrt{21}}{7}$cm

＜考え方・解き方＞

(2)①(1)より，AC∥OF，点OはABの中点だから，
中点連結定理より，
$OF=\frac{1}{2}AC$
よって，$OF=\frac{1}{2}\times4=2$(cm)となる。

②△ABCで，三平方の定理より，
$AB^2=AC^2+BC^2$
$10^2=4^2+BC^2$
BC＞0より，
$BC=2\sqrt{21}$
①より，$CF=\frac{1}{2}BC$
$CF=\frac{1}{2}\times2\sqrt{21}$
$=\sqrt{21}$
また，FE＝OE－OF
＝5－2
＝3
(1)より，△ACD∽△EFDだから，
CD：DF＝AC：EFより，
CD：DF＝4：3
よって，CF：DF＝(CD＋DF)：DF＝7：3
$\sqrt{21}$：DF＝7：3
$DF=\frac{3\sqrt{21}}{7}$(cm)

P. 72

17＜解答例＞

(1) 証明
△ABEと△BCGにおいて，
ABは円の直径だから∠AEB＝90°
BG⊥CFだから∠BGC＝90°
よって，
∠AEB＝∠BGC＝90° ……①
∠ABEと∠ACEは$\overset{\frown}{AE}$に対する円周角だから，
∠ABE＝∠ACE……②
また
∠ACE＝∠FCD＋∠ACF……③
∠BCG＝∠FCD＋∠BCD ……④
∠ACF＝∠BCDと③，④より，
∠ACE＝∠BCG ……⑤
②，⑤より，
∠ABE＝∠BCG ……⑥
①，⑥より，2組の角がそれぞれ等しいから，
△ABE∽△BCG

(2) $\frac{56}{25}$ cm

＜考え方・解き方＞

(2)△ABCでABは直径だから，∠ACB＝90°
よって，三平方の定理より，
$AC^2+BC^2=AB^2$
$6^2+BC^2=10^2$
$36+BC^2=100$
$BC^2=64$
$BC=\pm8$
BC＞0より，BC＝8
次に，点Cから線分ABに垂線をおろし，線分ABとの交点を点Hとおく。
△ABCと△ACHで，
∠CAB＝∠CAH(共通)
∠ACB＝∠CHA＝90°(仮定)

よって，2組の角がそれぞれ等しいので，
△ABC∽△ACH
対応する辺の長さの比はすべて等しいので，
AB：AC＝AC：AH
10：6＝6：AH
$AH=\frac{18}{5}$
ここで，△ACDは，仮定よりAC＝CD＝6の二等辺三角形だから，AH＝HDとなる。
よって，AD＝2AH
$AD=2\times\frac{18}{5}=\frac{36}{5}$
また，BD＝AB－ADより，
$BD=10-\frac{36}{5}=\frac{14}{5}$
さらに，△ACDと△EBDで，
∠CAD＝∠BED（$\overset{\frown}{BC}$の円周角）
∠ADC＝∠EDB（対頂角）
よって，2組の角がそれぞれ等しいので，
△ACD∽△EBD
したがって，$BD=BE=\frac{14}{5}$
(1)より，△ABE∽△BCGなので，
BE：CG＝AB：BC
$\frac{14}{5}$：CG＝10：8
$CG=\frac{56}{25}$(cm)となる。

P. 72

18＜解答例＞

(1) 証明
△ABCと△OEBにおいて，
AC∥OEだから，
∠BAC＝∠EOB ……①
線分ABは円の直径だから，
∠ACB＝90° ……②
BEは円の接線で，線分ABは円の直径だから，
∠OBE＝90° ……③
②，③より，
∠ACB＝∠OBE ……④
①，④より，2組の角がそれぞれ等しいから，
△ABC∽△OEB

(2) ①6 cm　②$\frac{20}{3}$ cm

＜考え方・解き方＞

(2)①∠ACB＝90°なので，
△ABCで三平方の定理より，
$AB^2=AC^2+CB^2$
$10^2=AC^2+8^2$
$AC^2=36$
AC＞0より，
AC＝6(cm)
②AB＝10cmで点Oは円の中心なので，
BO＝5cmとなる。
また，(1)より，△ABC∽△OEBなので，
BC：BE＝AC：BO
8：BE＝6：5
$BE=\frac{20}{3}$(cm)

P. 73

19＜解答例＞

(1) 証明
△ADFと△ECBにおいて，
∠FADと∠BECは$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角だから，
∠FAD＝∠BEC……①
AE∥FDだから，
∠EAB＝∠FDA……②
∠EABと∠BCEは$\overset{\frown}{BE}$に対する円周角だから，
∠EAB＝∠BCE……③
②，③より，
∠FDA＝∠BCE……④
①，④より，2組の角がそれぞれ等しいから，
△ADF∽△ECB

(2) ①$2\sqrt{6}$cm　②$\frac{24}{25}$倍

＜考え方・解き方＞

(2)①△ABCでABは直径だから，∠ACB＝90°となる。
三平方の定理より，
$AC^2+BC^2=AB^2$
$AC^2+2^2=6^2$
$AC^2=32$
AC＞0より，
$AC=4\sqrt{2}$
ここで，△EACはAE＝CEの二等辺三角形なので，点Eから線分ACに垂線をおろし，その交点をHとすると，∠EHA＝90°より，BC∥EHとなる。
また，点Hは線分ACの中点より，
$AH=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}=2\sqrt{2}$
また，BC∥EHなので，
中点連結定理より，EHは線分ABの中点Oを通る。
したがって，△ABCで中点連結定理より，
$OH=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\times2=1$
また，円Oの半径より，
OE＝3
よって，EH＝OH＋OE＝1＋3＝4
したがって，△EHAで三平方の定理より，
$AE^2=EH^2+AH^2$
$AE^2=4^2+(2\sqrt{2})^2$
$AE^2=24$
AE＞0より，
$AE=2\sqrt{6}$(cm)
②BC∥EHより，△DBC∽△DOEなので，
相似比は，BC：OE＝2：3＝CD：EDとなる。
また，FD∥AEより，△CFD∽△CAEなので，
FD：AE＝CD：CE

FD：$2\sqrt{6}=2:5$

$\mathrm{FD}=\dfrac{4\sqrt{6}}{5}$

(1)より，△ADF∽△ECB で，

相似比は，$\mathrm{FD}:\mathrm{BC}=\dfrac{4\sqrt{6}}{5}:2$

$=2\sqrt{6}:5$

よって，△ADF と△ECB の面積比は，

$(2\sqrt{6})^2:5^2=24:25$となり$\dfrac{24}{25}$倍。

P. 74

20＜解答例＞

(1) 証明

△EFB と△DEC において，

EF⊥AB だから，

$\angle \mathrm{EFB}=90^\circ$ ……①

AC⊥DB だから，

$\angle \mathrm{DEC}=90^\circ$ ……②

①，②より，

$\angle \mathrm{EFB}=\angle \mathrm{DEC}$……③

∠EBF と∠DCE は$\overset{\frown}{\mathrm{DA}}$に対する円周角だから，

$\angle \mathrm{EBF}=\angle \mathrm{DCE}$……④

③，④より，2組の角がそれぞれ等しいから，

△EFB∽△DEC

(2) ①$\dfrac{24}{5}$ cm　②$\dfrac{5}{2}$ cm

＜考え方・解き方＞

(2)①∠DEC＝90°なので，

△DEC で三平方の定理より，

$\mathrm{DC}^2=\mathrm{DE}^2+\mathrm{EC}^2$

$\mathrm{DC}^2=4^2+3^2$

$\mathrm{DC}^2=25$

DC＞0より，

DC＝5

また，(1)より，△EFB∽△DEC なので，

EF：DE＝EB：DC

EF：4＝6：5

$\mathrm{EF}=\dfrac{24}{5}$(cm)

②(1)より，△EFB∽△DEC なので，

対応する角は等しいので，

∠FEB＝∠EDC… i

対頂角は等しいので，

∠FEB＝∠GED… ii

i，ii より，

∠EDC＝∠GED なので，

GD＝GE… iii

また，iii と△DEC において∠DEC＝90°より，点 G は，線分 DC を直径とする円の中心となる。

よって，

$\mathrm{GE}=\mathrm{DC}\times\dfrac{1}{2}$

$=5\times\dfrac{1}{2}$

$=\dfrac{5}{2}$(cm)

P. 74

21＜解答例＞

(1) 証明

△ABC と△ODE において，

OE⊥DC だから，

$\angle \mathrm{OED}=90^\circ$ ……①

∠ACB＝90°だから，①より，

∠ACB＝∠OED ……②

AC は円 O の直径だから，

∠ADC＝90° ……③

OE⊥DCだから，③より，

OF ∥ AB ……④

④より，

∠EOD＝∠ODA ……⑤

△OAD は OA＝OD の二等辺三角形であるから，

∠ODA＝∠CAB ……⑥

⑤，⑥より，

∠CAB＝∠EOD ……⑦

②，⑦より，2組の角がそれぞれ等しいから，

△ABC∽△ODE

(2) ①$\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$ cm　②$\dfrac{5\sqrt{6}}{18}$ cm

＜考え方・解き方＞

(2)①∠ACB＝90°なので，

△ABC で三平方の定理より，

$\mathrm{AB}^2=\mathrm{AC}^2+\mathrm{BC}^2$

$6^2=4^2+\mathrm{BC}^2$

BC＞0より，

$\mathrm{BC}=2\sqrt{5}$

また，円 O の半径より，OD＝2

よって，(1)より，△ABC∽△ODE なので，

BC：DE＝AB：OD

$2\sqrt{5}:\mathrm{DE}=6:2$

$\mathrm{DE}=\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$(cm)

②(1)より，△ABC∽△ODE なので，

AC：OE＝AB：OD

4：OE＝6：2

$\mathrm{OE}=\dfrac{4}{3}$

△CAD で中点連結定理より，

$\mathrm{AD}=\mathrm{OE}\times2$

$=\dfrac{4}{3}\times2$

$=\dfrac{8}{3}$

よって，

$\mathrm{BD}=\mathrm{AB}-\mathrm{AD}$

$=6-\dfrac{8}{3}$

$=\dfrac{10}{3}$

△DBE で三平方の定理より，

$BE^2 = DE^2 + BD^2$

$BE^2 = (\frac{2\sqrt{5}}{3})^2 + (\frac{10}{3})^2$

$BE > 0$より，

$BE = \frac{2\sqrt{30}}{3}$

次に，(1)より，OF ∥ AB なので，

$CE : ED = CF : FB = CO : OA = 1 : 1$

また，$AD : BD = \frac{8}{3} : \frac{10}{3} = 4 : 5$より，

$\triangle BFE = \triangle EBC \times \frac{1}{2}$

$= (\triangle DBC \times \frac{1}{2}) \times \frac{1}{2}$

$= (\triangle ABC \times \frac{5}{9}) \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

$= \triangle ABC \times \frac{5}{36}$

$= (\frac{1}{2} \times BC \times AC) \times \frac{5}{36}$

$= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times 4 \times \frac{5}{36}$

$= \frac{5\sqrt{5}}{9}$

よって，

$\triangle BFE = \frac{1}{2} \times BE \times GF$

$\frac{5\sqrt{5}}{9} = \frac{1}{2} \times \frac{2\sqrt{30}}{3} \times GF$

$GF = \frac{5\sqrt{6}}{18}$(cm)