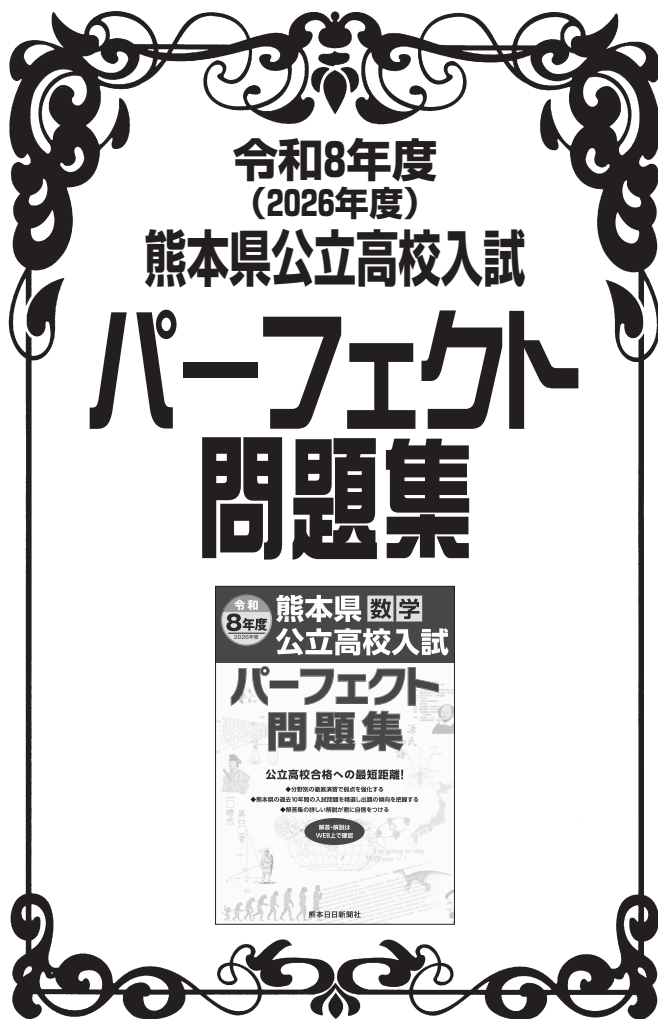




解答例と解説

●熊本ゼミナール教務部 編

第1講座 数の計算

P. 2

[1]<解答例>

- (1) 0.11 (2) 8 (3) $-\frac{1}{6}$ (4) 0.8 (5) $\frac{7}{10}$
 (6) $\frac{10}{21}$ (7) -4 (8) $\frac{5}{12}$ (9) $\frac{13}{21}$ (10) $\frac{9}{14}$

P. 2

[2]<解答例>

- (1) 6.3 (2) $\frac{16}{5}$ (3) 0.6 (4) 0.56 (5) 14
 (6) 756 (7) $\frac{5}{12}$ (8) 660 (9) 0.35 (10) 0.2

P. 3

[3]<解答例>

- (1) 14 (2) -26 (3) -5 (4) -18 (5) 13
 (6) 15 (7) -20 (8) -7 (9) -6 (10) -13

P. 3

[4]<解答例>

- (1)

-1
0 1 2
3

 (2) (例)ア 1 イ 8

<考え方・解き方>

- (1) 5つの□に数をいくつか入れてみると、次のような入れ方も考えられる。

1	-1
0 1 3	0 3 1
2	2

ただし、上の他に上下左右の入れかわり、回転させたものなど別解が多数考えられる。

- (2) イには4の倍数がはいるので、ア、イにはいる数を表で整理すると、アが0となるときは題意に合わない。 (ア、イ)の組は次のように何組も考えられる。

ア	1	2	3	...
イ	8	12	16	...

P. 4

[5]<解答例>

- (1) $7+2\sqrt{6}$ (2) $8\sqrt{3}$ (3) $2\sqrt{3}$
 (4) $3\sqrt{3}$ (5) $9\sqrt{10}$ (6) $6-\sqrt{5}$
 (7) $2\sqrt{2}$ (8) $4\sqrt{2}$ (9) $4\sqrt{6}$
 (10) $7\sqrt{2}$

<考え方・解き方>

- (1) $(\sqrt{6}+1)^2$
 $= (\sqrt{6})^2 + 2 \times \sqrt{6} \times 1 + 1^2$
 $= 6 + 2\sqrt{6} + 1$
 $= 7 + 2\sqrt{6}$
 (2) $\sqrt{27} + \frac{15}{\sqrt{3}}$
 $= 3\sqrt{3} + \frac{15\sqrt{3}}{3}$
 $= 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3}$
 $= 8\sqrt{3}$

$$(3) (\sqrt{6}+\sqrt{3})(\sqrt{8}-2)$$

$$= \sqrt{48} - 2\sqrt{6} + \sqrt{24} - 2\sqrt{3}$$

$$= 4\sqrt{3} - 2\sqrt{6} + 2\sqrt{6} - 2\sqrt{3}$$

$$= 2\sqrt{3}$$

$$(4) \frac{\sqrt{75}}{3} + \sqrt{\frac{16}{3}}$$

$$= \frac{5\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{5\sqrt{3}}{3} + \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$(5) \sqrt{90} + \frac{60}{\sqrt{10}}$$

$$= 3\sqrt{10} + 6\sqrt{10}$$

$$= 9\sqrt{10}$$

$$= \frac{9\sqrt{3}}{3}$$

$$= 3\sqrt{3}$$

$$(6) (\sqrt{5}+1)^2 - \sqrt{45}$$

$$= (\sqrt{5})^2 + 2 \times \sqrt{5} \times 1 + 1^2 - 3\sqrt{5}$$

$$= 5 + 2\sqrt{5} + 1 - 3\sqrt{5}$$

$$= 6 - \sqrt{5}$$

$$(7) \frac{\sqrt{10}}{4} \times \sqrt{5} + \frac{3}{\sqrt{8}}$$

$$= \frac{5\sqrt{2}}{4} + \frac{3}{2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{5\sqrt{2}}{4} + \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

$$= \frac{8\sqrt{2}}{4}$$

$$= 2\sqrt{2}$$

$$(8) (\sqrt{6}-2)(\sqrt{3}+\sqrt{2}) + \frac{6}{\sqrt{2}}$$

$$= \sqrt{18} + \sqrt{12} - 2\sqrt{3} - 2\sqrt{2} + \frac{6\sqrt{2}}{2}$$

$$= 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$$

$$= 4\sqrt{2}$$

$$(9) \sqrt{30} \div \sqrt{5} + \sqrt{54}$$

$$= \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{5}} + 3\sqrt{6}$$

$$= \sqrt{6} + 3\sqrt{6}$$

$$= 4\sqrt{6}$$

$$(10) \frac{6}{\sqrt{2}} + \sqrt{32}$$

$$= \frac{6\sqrt{2}}{2} + 4\sqrt{2}$$

$$= 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$$

$$= 7\sqrt{2}$$

P. 4

[6]<解答例>

- (1) $n = -6, 4$ など (2) 12.25
 (3) ア 4 イ 5 ウ 7 (4) ① ウ ② ア
 (5) 17, 18, 19 (6) $n=12$
 (7) $a=7, b=5$ (8) (例)ア 3 イ 27
 (9) $P=83$ (10) 16個

<考え方・解き方>

- (1) $20(4n+29) = 2^2 \times 5 \times (4n+29)$ なので、 $4n+29=5$ $\times a^2$ とおくと、

$a=1$ のとき、

$$4n+29=5 \times 1^2 \quad n=-6$$

$a=2$ のとき、

$$4n+29=5 \times 2^2 \quad n=-\frac{9}{4} \text{ なので不適。}$$

$a=3$ のとき、

$$4n+29=5 \times 3^2 \quad n=4$$

この要領で、 $a=4, 5, 6 \dots$ として調べていくと、

n が見つかっていく。

$$(2) \sqrt{54} = 7.35 \text{ より,}$$

$$3\sqrt{6} = 7.35$$

$$\sqrt{6} = 2.45$$

ここで, $\sqrt{150} = 5\sqrt{6}$ だから,

$$\sqrt{150} = 5\sqrt{6}$$

$$= 5 \times 2.45$$

$$= 12.25$$

$$(3) \sqrt{16} < \sqrt{21} < \sqrt{25} \text{ より,}$$

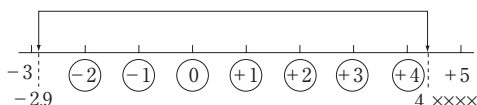
$$4 < \sqrt{21} < 5$$

よって,

$$\sqrt{21} = 4. \times \times \times \times$$

-2.9 より大きく 4. $\times \times \times \times$ より小さい整数は,

-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 の 7 個である。



$$(4) ① a = -3^2$$

$$= -3 \times 3$$

$$= -9$$

よって, $a < b$

$$② a = \sqrt{4} + \sqrt{36}$$

$$= 2 + 6$$

$$= 8$$

$$= \sqrt{64}$$

よって, $a > b$

(5) 3つの連続する自然数を $n-1$, n , $n+1$ とおくと、これらの和は, $(n-1) + n + (n+1) = 3n$, $3n$ は 3 の倍数で、これが 50 に近くなるのは 48, 51, 54 のいずれかである。この中で、4 で割って 2 余る数を求めると、

$$48 \div 4 = 12$$

$$51 \div 4 = 12 \text{ 余り } 3$$

$$54 \div 4 = 13 \text{ 余り } 2$$

よって, $3n = 54$ より, $n = 18$

連続する 3 つの自然数は 17, 18, 19 となる。

$$(6) 75 = 3 \times 5^2 \text{ なので,}$$

$$\frac{\sqrt{75n}}{2} = \sqrt{\frac{3 \times 5^2 \times n}{4}}$$

よって, $n = 3 \times 4$

$$= 12$$

$$(7) 2 < \sqrt{a} < 3 \text{ より,}$$

$$\sqrt{4} < \sqrt{a} < \sqrt{9}$$

$$4 < a < 9$$

だから, $a = 5, 6, 7, 8$ のいずれかである。

ここで,

$$ab - a = 28$$

$$a(b-1) = 28$$

よって, a は 28 の約数なので,

$$a = 7, b = 5$$

(8) $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ だから, これと $\sqrt{\overline{a}}$ がまとめられるには例えば $\overline{a}$ に 3 が入ればよいので,

$$\sqrt{12} + \sqrt{3} = 2\sqrt{3} + \sqrt{3}$$

$$= 3\sqrt{3}$$

$$= \sqrt{27}$$

このとき, イには 27 が入る。

(9) $P = 10a + b$, $Q = 10b + a$ (a, b は 1 けたの自然数) と

すると,

$$P - Q = 45$$

$$(10a + b) - (10b + a) = 45$$

$$9a - 9b = 45$$

$$a - b = 5$$

よって, a と b の組み合わせは, 次の 4 組ある。

a	6	7	8	9
b	1	2	3	4

また,

$$P + Q = (10a + b) + (10b + a)$$

$$= 11a + 11b$$

$$= 11(a + b)$$

なので, $\sqrt{P+Q} = \sqrt{11(a+b)}$ が自然数になるためには, $a+b=11$ であればよい。よって, 上の表より,

$$a = 8, b = 3$$

よって, $P = 10a + b = 83$

(10) 8, 9 を $\sqrt{\quad}$ に入れると,

$$\sqrt{64} < \sqrt{a} < \sqrt{81}$$

$$64 < a < 81$$

よって, $a = 65, 66, \dots, 80$ である。

P. 6

[7] <解答例>

(1) 5 (2) 13 けた

<考え方・解き方>

(1) 2000 を素因数分解して考えると,

$$\frac{2000}{n} = \frac{2^4 \times 5^3}{n}$$

よって, 2 の指数はもともと偶数であるから, 5 の指数が偶数になるような約分ができればよい。よって, $n=5$ である。ちなみに, $n=5$ にするとどのようなかというところ、

$$\begin{aligned} \frac{2^4 \times 5^3}{5} &= 2^4 \times 5^2 \\ &= (2^2 \times 5) \times (2^2 \times 5) \\ &= (2^2 \times 5)^2 \end{aligned}$$

となり, $n=5$ のとき $\frac{2000}{n} = (2^2 \times 5)^2 = 20^2$ で, 20 の平方のかたちになる。

(2) (1) と同じ考えで, その他の場合をさがすと, $n=5, 5 \times 2^2, 5 \times 2^4, 5^3, 5^3 \times 2^2, 5^3 \times 2^4$ がある。

これをすべてかけあわせると,

$$\begin{aligned} 2^{12} \times 5^{12} &= (2 \times 5)^{12} \\ &= 10^{12} \end{aligned}$$

となり, 10^{12} は 13 けたの数になる。

P. 6

[8] <解答例>

(1) 8 (2) 小数第 111 位

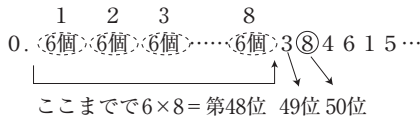
<考え方・解き方>

(1) $\frac{5}{13} = 0.\overline{384615}$ となり,

3 8 4 6 1 5 の 6 個の数字がくり返されるから, 50 番の数を求めるには, 50 を 6 で割って, その余りを考えればよい。よって,

$$50 \div 6 = 8 \cdots 2$$

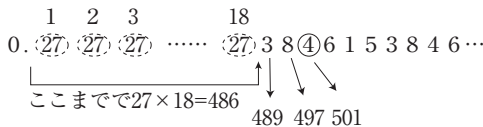
よって、下図より、小数第50位の数は8である。



- (2) $3 + 8 + 4 + 6 + 1 + 5 = 27$ であるので、(1)と同様に27のかたまりがいくつあると500をこえるかを考える。
- よって、

$$500 \div 27 = 18 \cdots 14$$

となる。



④のところで500をこえるので、④の数が小数第何位かを考える。○の中に6個の数があり、それが18組と、3, 8, 4の3個の数があるから、

$$6 \times 18 + 3 = 111$$

よって、④は小数第111位の数である。

P. 6

9<解答例>

- (1) 7
- (2) 次のいずれかである。

$\boxed{\text{イ}} = 11$	$\boxed{\text{イ}} = 13$	$\boxed{\text{イ}} = 14$
$\boxed{\text{ウ}} = 14$	$\boxed{\text{ウ}} = 14$	$\boxed{\text{ウ}} = 17$

<考え方・解き方>

- (1) $\boxed{\text{ア}}$ に入る数は、7または8であるが、1番目～4番目の約数に4がないので、5番目以降の約数に4の倍数がでてくことはしない。よって、8は条件に合わない。
- (2) 同様に、 $\boxed{\text{イ}}$, $\boxed{\text{ウ}}$ に入る数は、10, $\boxed{\text{⑪}}$, 12, $\boxed{\text{⑬}}$, $\boxed{\text{⑭}}$, 15, 16, $\boxed{\text{⑰}}$ のいずれか2つが考えられるが、(1)より、4の倍数がくることはないので、12と16が除ける。また、(1)と同じ理由で、5の倍数がくることもないので、10, 15が除かれる。逆に $\boxed{\text{ア}}$ が7であることから14は必ず入ることになるので、残りの3つの数との組み合わせを考えて、11と14, 13と14, 14と17の3通りが考えられる。

P. 7

10<解答例>

残りの2つの数は、 $n-6$, $n+6$ と表される。

3つの数の和は、

$$(n-6) + n + (n+6) = 3n$$

n は中央の数だから、 $3n$ は中央の数の3倍である。

第2講座 式の計算

P. 8

1 <解答例>

- (1) $5a+4b$ (2) $7a-8$ (3) $7x-2y$
 (4) $x+2y$ (5) $2x+15$ (6) $3x-2y$
 (7) $2x+7y$ (8) $2x+9y$ (9) $x+15y$
 (10) $15x+2y$

<考え方・解き方>

- (1) $3(4a+b) - (7a-b)$ (2) $5a-7 - (-2a+1)$
 $=12a+3b-7a+b$ $=5a-7+2a-1$
 $=12a-7a+3b+b$ $=5a+2a-7-1$
 $=5a+4b$ $=7a-8$
 (3) $5x+4y-2(3y-x)$ (4) $8(x-y) - (7x-10y)$
 $=5x+4y-6y+2x$ $=8x-8y-7x+10y$
 $=5x+2x+4y-6y$ $=8x-7x-8y+10y$
 $=7x-2y$ $=x+2y$
 (5) $9x-13+7(4-x)$ (6) $7x-6y+4(y-x)$
 $=9x-13+28-7x$ $=7x-6y+4y-4x$
 $=9x-7x-13+28$ $=7x-4x-6y+4y$
 $=2x+15$ $=3x-2y$
 (7) $8x+y-6(x-y)$ (8) $7x+y-(5x-8y)$
 $=8x+y-6x+6y$ $=7x+y-5x+8y$
 $=8x-6x+y+6y$ $=7x-5x+y+8y$
 $=2x+7y$ $=2x+9y$
 (9) $3(x+y) - 2(x-6y)$ (10) $8x+9y+7(x-y)$
 $=3x+3y-2x+12y$ $=8x+9y+7x-7y$
 $=x+15y$ $=8x+7x+9y-7y$
 $=15x+2y$

P. 8

2 <解答例>

- (1) $4a^2b$ (2) $2b$ (3) $24a$ (4) $-48a^2b^3$
 (5) $3ab$ (6) $-3a$ (7) $-8ab$ (8) $-2a$
 (9) $2a$ (10) $-54a$

<考え方・解き方>

- (1) $8a^3 \times (-b)^2 \div 2ab$ (2) $9a \div (6ab)^2 \times 8ab^3$
 $=8a^3 \times b^2 \times \frac{1}{2ab}$ $=9a \div 36a^2b^2 \times 8ab^3$
 $=\frac{8a^3 \times b^2}{2ab}$ $=9a \times \frac{1}{36a^2b^2} \times 8ab^3$
 $=\frac{8a^3b^2}{2ab}$ $=\frac{72a^2b^3}{36a^2b^2}$
 $=4a^2b$ $=2b$
 (3) $(-4a)^2 \times 9a \div 6a^2$ (4) $(-2)^3 \times (ab)^2 \times 6b$
 $=16a^2 \times 9a \div 6a^2$ $=-8 \times a^2b^2 \times 6b$
 $=16a^2 \times 9a \times \frac{1}{6a^2}$ $=-48a^2b^3$
 $=\frac{16a^2 \times 9a}{6a^2}$
 $=24a$
 (5) $9a^2 \div (-6ab) \times (-2b^2)$
 $=9a^2 \times (-\frac{1}{6ab}) \times (-2b^2)$
 $=\frac{9a^2 \times 2b^2}{6ab}$
 $=3ab$

$$(6) 48a^2b^2 \div (-4a) \div (-2b)^2$$

$$=48a^2b^2 \times (-\frac{1}{4a}) \times \frac{1}{4b^2}$$

$$=-\frac{48a^2b^2}{16ab^2}$$

$$=-3a$$

$$(7) (-6a)^2 \times 2ab^2 \div (-9a^2b)$$

$$=36a^2 \times 2ab^2 \div (-9a^2b)$$

$$=-8ab$$

$$(8) 6ab \div (-9a^2b^2) \times 3a^2b$$

$$=6ab \times (-\frac{1}{9a^2b^2}) \times 3a^2b$$

$$=-\frac{18a^3b^2}{9a^2b^2}$$

$$=-2a$$

$$(10) -6a^2 \times 9ab^2 \div (ab)^2$$

$$=-6a^2 \times 9ab^2 \div a^2b^2$$

$$=-6a^2 \times 9ab^2 \times \frac{1}{a^2b^2}$$

$$=-\frac{6a^2 \times 9ab^2 \times 1}{a^2b^2}$$

$$=-\frac{54a^3b^2}{a^2b^2}$$

$$=-54a$$

P. 9

3 <解答例>

- (1) $\frac{9x-5y}{2}$ (2) $\frac{7a+3}{2}$ (3) $\frac{x-3y}{10}$
 (4) $\frac{x-3}{8}$ (5) $\frac{7x-y}{12}$ (6) $\frac{7x-y}{2}$
 (7) $\frac{5x-y}{6}$ (8) $\frac{5x+9y}{8}$ (9) $\frac{9x+y}{8}$
 (10) $\frac{13x+5y}{36}$

<考え方・解き方>

- (1) $4x-6y+\frac{x+7y}{2}$ (2) $\frac{9a-5}{2} - (a-4)$
 $=\frac{8x-12y}{2} + \frac{x+7y}{2}$ $=\frac{9a-5}{2} - \frac{2a-8}{2}$
 $=\frac{(8x-12y)+(x+7y)}{2}$ $=\frac{(9a-5)-(2a-8)}{2}$
 $=\frac{8x-12y+x+7y}{2}$ $=\frac{7a+3}{2}$
 $=\frac{9x-5y}{2}$
 (3) $\frac{3x-y}{2} - \frac{7x-y}{5}$ (4) $\frac{x-6}{4} - \frac{x-9}{8}$
 $=\frac{15x-5y}{10} - \frac{14x-2y}{10}$ $=\frac{2x-12}{8} - \frac{x-9}{8}$
 $=\frac{(15x-5y)-(14x-2y)}{10}$ $=\frac{(2x-12)-(x-9)}{8}$
 $=\frac{15x-5y-14x+2y}{10}$ $=\frac{2x-12-x+9}{8}$
 $=\frac{x-3y}{10}$ $=\frac{x-3}{8}$

$$\begin{aligned}
(5) \quad & \frac{x-7y}{4} + \frac{x+5y}{3} \\
&= \frac{3x-21y}{12} + \frac{4x+20y}{12} \\
&= \frac{(3x-21y) + (4x+20y)}{12} \\
&= \frac{7x-y}{12} \\
(7) \quad & \frac{x+y}{6} + \frac{2x-y}{3} \\
&= \frac{x+y}{6} + \frac{4x-2y}{6} \\
&= \frac{x+y+4x-2y}{6} \\
&= \frac{5x-y}{6} \\
(9) \quad & \frac{x+3y}{4} + \frac{7x-5y}{8} \\
&= \frac{2x+6y}{8} + \frac{7x-5y}{8} \\
&= \frac{(2x+6y) + (7x-5y)}{8} \\
&= \frac{2x+6y+7x-5y}{8} \\
&= \frac{9x+y}{8} \\
(6) \quad & \frac{5x+7y}{2} + x-4y \\
&= \frac{5x+7y}{2} + \frac{2x}{2} - \frac{8y}{2} \\
&= \frac{5x+7y+2x-8y}{2} \\
&= \frac{7x-y}{2} \\
(8) \quad & \frac{9x+5y}{8} - \frac{x-y}{2} \\
&= \frac{9x+5y-4(x-y)}{8} \\
&= \frac{9x+5y-4x+4y}{8} \\
&= \frac{5x+9y}{8} \\
(10) \quad & \frac{x+y}{4} + \frac{x-y}{9} \\
&= \frac{9x+9y}{36} + \frac{4x-4y}{36} \\
&= \frac{(9x+9y) + (4x-4y)}{36} \\
&= \frac{9x+9y+4x-4y}{36} \\
&= \frac{13x+5y}{36}
\end{aligned}$$

P. 9

4 <解答例>

$$\begin{aligned}
(1) \quad & 2x+3y & (2) \quad & 8a+b & (3) \quad & xy-2 \\
(4) \quad & a^2-4b & (5) \quad & 3a-2b & (6) \quad & 2a+1
\end{aligned}$$

<考え方・解き方>

$$\begin{aligned}
(1) \quad & (4x^3y+6x^2y^2) \div 2x^2y & (2) \quad & (8a^2b^2+ab^3) \div ab^2 \\
&= \frac{4x^3y}{2x^2y} + \frac{6x^2y^2}{2x^2y} & &= \frac{8a^2b^2}{ab^2} + \frac{ab^3}{ab^2} \\
&= 2x+3y & &= 8a+b \\
(3) \quad & (5x^2y-10x) \div 5x & (4) \quad & (a^3b-4ab^2) \div ab \\
&= \frac{5x^2y}{5x} - \frac{10x}{5x} & &= \frac{a^3b}{ab} - \frac{4ab^2}{ab} \\
&= xy-2 & &= a^2-4b \\
(5) \quad & (12a^2-8ab) \div 4a & (6) \quad & (8a^3b^2+4a^2b^2) \div (2ab)^2 \\
&= \frac{12a^2}{4a} - \frac{8ab}{4a} & &= (8a^3b^2+4a^2b^2) \div 4a^2b^2 \\
&= 3a-2b & &= 2a+1
\end{aligned}$$

P. 10

5 <解答例>

$$\begin{aligned}
(1) \quad & 2x^2-8 & (2) \quad & 16 & (3) \quad & 6x-1 \\
(4) \quad & 6x & (5) \quad & 3x^2+1 & (6) \quad & 9x-49 \\
(7) \quad & 9x^2 & (8) \quad & -8x+9 & (9) \quad & 2x^2-1 \\
(10) \quad & 9x^2-5x+34
\end{aligned}$$

<考え方・解き方>

$$\begin{aligned}
(1) \quad & (x-2)(x+4) + x(x-2) \\
&= x^2+2x-8+x^2-2x \\
&= 2x^2-8
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(2) \quad & (x-4)^2 + x(8-x) \\
&= x^2-8x+16+8x-x^2 \\
&= 16 \\
(3) \quad & 9x^2 - (3x-1)^2 \\
&= 9x^2 - (9x^2-6x+1) \\
&= 9x^2-9x^2+6x-1 \\
&= 6x-1 \\
(4) \quad & (x+4)(x-4) - (x+2)(x-8) \\
&= x^2-16 - (x^2-6x-16) \\
&= x^2-16-x^2+6x+16 \\
&= 6x \\
(5) \quad & (3x-1)^2 + 6x(1-x) \\
&= 9x^2-6x+1+6x-6x^2 \\
&= 3x^2+1 \\
(6) \quad & (3x+7)(3x-7) - 9x(x-1) \\
&= 9x^2-49-9x^2+9x \\
&= 9x-49 \\
(7) \quad & (2x+1)^2 + (5x+1)(x-1) \\
&= (4x^2+4x+1) + (5x^2-5x+x-1) \\
&= 9x^2 \\
(8) \quad & (2x-3)^2 - 4x(x-1) \\
&= 4x^2-12x+9-4x^2+4x \\
&= -8x+9 \\
(9) \quad & (x+1)(x-5) + (x+2)^2 \\
&= x^2-4x-5+x^2+4x+4 \\
&= 2x^2-1 \\
(10) \quad & (3x+1)(3x-1) - 5(x-7) \\
&= 9x^2-1-5x+35 \\
&= 9x^2-5x+34
\end{aligned}$$

P. 10

6 <解答例>

$$\begin{aligned}
(1) \quad & (x-1)(x+8) & (2) \quad & (a-12)(a+2) \\
(3) \quad & m(x+3)(x-2) & (4) \quad & x(2a-3)(2a+3) \\
(5) \quad & 2(x-2)(x+5) & (6) \quad & (x+6)(x-1)
\end{aligned}$$

<考え方・解き方>

$$\begin{aligned}
(1) \quad & x+2=M \text{ とおくと,} \\
& \quad \quad \quad M^2+3M-18 \\
& \quad \quad \quad= (M-3)(M+6) \\
& \text{もとにもとすと,} \\
& \quad \quad \quad= \{(x+2)-3\} \{(x+2)+6\} \\
& \quad \quad \quad= (x-1)(x+8) \\
(3) \quad & m(x^2-6)+mx & (4) \quad & 4a^2x-9x \\
&= m\{(x^2-6)+x\} & &= x(4a^2-9) \\
&= m(x^2+x-6) & &= x(2a-3)(2a+3) \\
&= m(x+3)(x-2) \\
(5) \quad & 2x^2+6x-20 & (6) \quad & x+2=M \text{ とおくと,} \\
&= 2(x^2+3x-10) & & \quad \quad \quad M^2+M-12 \\
&= 2(x-2)(x+5) & &= (M+4)(M-3) \\
& \quad \quad \quad \text{もとにもとすと,} \\
& \quad \quad \quad= \{(x+2)+4\} \{(x+2)-3\} \\
& \quad \quad \quad= (x+6)(x-1)
\end{aligned}$$

P. 11

7 <解答例>

$$\begin{aligned}
(1) \quad & 100 & (2) \quad & 2504 & (3) \quad & 76 \\
(4) \quad & \text{ア } (x+y)(x-y) & \text{イ } & 12\sqrt{2}
\end{aligned}$$

<考え方・解き方>

$$(1) \text{与式} = (a-2b)^2$$

$$= (478-2 \times 234)^2$$

$$= (478-468)^2$$

$$= 10^2$$

$$= 100$$

$$(2) (x+2)(y-2) = (48+2)(52-2)$$

$$= 50 \times 50$$

$$= 2500$$

左辺を展開して、

$$xy - 2x + 2y - 4 = 2500$$

よって、

$$xy - 2x + 2y = 2500 + 4$$

$$= 2504$$

$$(3) a+b=76, a-b=1 \text{ となるので、}$$

$$a^2 - b^2$$

$$= (a+b)(a-b)$$

$$= 76 \times 1$$

$$= 76$$

$$(4) x+y=6, x-y=2\sqrt{2} \text{ となるので、}$$

$$x^2 - y^2$$

$$= (x+y)(x-y)$$

$$= 6 \times 2\sqrt{2}$$

$$= 12\sqrt{2}$$

P. 11

8 <解答例>

$$(1) \text{ア } 9 \quad \text{イ } \frac{a+1}{2}$$

$$(2) b = \frac{a+4}{6}$$

$$(3) \frac{4}{3}a - b \text{ (票)}$$

$$(4) \frac{a-2b}{3} \text{ (円)}$$

$$(5) \text{ア } 14 \quad \text{イ } \frac{4}{5}t - 2$$

$$(6) 0.8a + 3b < 1000$$

$$(7) \text{① } 30 \text{ (個)} \quad \text{② } n^2 - n \text{ (個)}$$

$$(8) \text{① } ab - a \text{ (個)} \quad \text{② } (n=) 8$$

$$(9) \text{① } 65 \quad \text{② } 5n + 15$$

$$(10) \text{① } 5n + 15 \quad \text{② } \text{ア } 42 \quad \text{イ } 10$$

<考え方・解き方>

$$(1) n \sim 2n \text{ の間に } 17 \text{ が初めて現れるのは、}$$

$$n=4 \text{ のとき、} 4 \sim 8$$

$$n=5 \text{ のとき、} 5 \sim 10$$

$$n=6 \text{ のとき、} 6 \sim 12$$

$$n=7 \text{ のとき、} 7 \sim 14$$

$$n=8 \text{ のとき、} 8 \sim 16$$

$$n=9 \text{ のとき、} 9 \sim 18$$

よって、17が初めて現れるのは9段目となる。

また、奇数1が現れるのは1段目

奇数3が現れるのは2段目

奇数5が現れるのは3段目

奇数7が現れるのは4段目

よって、(奇数+1)÷2=段数であるから、

$$(a+1) \div 2 = \frac{a+1}{2}$$

$$(2) 4 \text{ 本足りないので、} a \text{ 本に } 4 \text{ 本加える。これを } b \text{ 人}$$

でわけると6本ずつになるので、

$$(a+4) \div b = 6$$

$$\frac{a+4}{b} = 6$$

$$a+4 = 6b$$

$$6b = a+4$$

$$b = \frac{a+4}{6}$$

$$(3) C \text{ の得票を } x \text{ 票、全投票数を } y \text{ 票として、A、B、C の得票を表にすると、}$$

A	B	C	全投票数
a(票)	a+b(票)	x(票)	y(票)

ここで、yの30%がaなので、

$$y \times \frac{30}{100} = a$$

$$y = \frac{10}{3}a$$

と表せるので、

$$a + (a+b) + x = y$$

$$a + (a+b) + x = \frac{10}{3}a$$

$$2a + b + x = \frac{10}{3}a$$

$$x = \frac{10}{3}a - 2a - b$$

$$x = \frac{4}{3}a - b$$

$$(4) \text{子ども } 1 \text{ 人分の入園料を } x \text{ 円とすると、}$$

$$2b + 3x = a$$

$$3x = a - 2b$$

$$x = \frac{a-2b}{3}$$

$$(5) \text{点Pは、BからCの8目盛りを10秒で動くから、}$$

$$1 \text{ 秒で、} \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \text{ 目盛り動く}$$

よって、

$$t \text{ 秒で、} \frac{4}{5}t \text{ 目盛り動く}$$

20秒後は $t=20$ を上のに代入して、

$$\frac{4}{5} \times 20 = 16 \text{ (目盛り)}$$

A(-2)から出発しているので、2をひいて、

$$16 - 2 = 14$$

よって、20秒後の点Pの位置に対応する数は14となる。これを一般化すると、t秒後の点Pの位置に

対応する数は、 $\frac{4}{5}t - 2$ となる。

$$(6) \text{すいか } 1 \text{ 個の代金は、}$$

$$a \times (1 - 0.2) = 0.8a$$

よって、すいか1個とトマト3個の代金の合計は、

$$0.8a \times 1 + b \times 3 = 0.8a + 3b$$

これが1000円より安いので、

$$0.8a + 3b < 1000$$

$$(7) \text{①正六角形の辺上に(6-1)個の碁石が、6組並ぶと考えると、必要な碁石の個数は、(6-1) \times 6 = 30 (個) となる。}$$

$$\text{②正 } n \text{ 角形の辺上に}(n-1) \text{ 個の碁石が、} n \text{ 組並ぶと考えると、必要な碁石の個数は、}(n-1) \times n =$$

$n^2 - n$ (個) となる。

(8)①正 a 角形の辺上に $(b-1)$ 個の碁石が、 a 組並ぶと考えると、必要な碁石の個数は、 $(b-1) \times a = ab - a$ (個) となる。

②正 n 角形の辺上に $(n-1)$ 個の碁石が、 n 組並ぶと考えると、必要な碁石の個数は、 $(n-1) \times n = n^2 - n$ (個) となる。同様に、正 $(n+2)$ 角形の辺上に $\{(n+1)-1\}$ 個の碁石が、 $(n+2)$ 組並ぶと考えると、必要な碁石の個数は、 $\{(n+1)-1\} \times (n+2) = n(n+2) = n^2 + 2n$ (個) と表される。このとき、 $(n^2 - n) = (n^2 + 2n) - 24$ より、 $n=8$ となる。

(9)①「10の十字」は次のようになる。

	10	
11	13	15
	16	

よって、その和は、

$$10 + 11 + 13 + 15 + 16 = 65$$

②「 n の十字」は次のようになる。

	n	
$n+1$	$n+3$	$n+5$
	$n+6$	

よって、その和は、

$$n + (n+1) + (n+3) + (n+5) + (n+6) = 5n + 15$$

(10)①「 n の十字」は次のようになる。

	n	
$n+1$	$n+3$	$n+5$
	$n+6$	

よって、その和は、

$$n + (n+1) + (n+3) + (n+5) + (n+6) = 5n + 15$$

②「 a の十字」の5枚のカードに記入された数の和が225なので、①より、

$$5a + 15 = 225$$

$$a = 42$$

次に、 m 段目の一番右の数は、 $5m-4$ と表すことができる。また、〈規則〉より、偶数段目には偶数のみ、奇数段目には奇数のみが記入される。42は偶数なので、

$5m-4$ の m に偶数を代入して考えるとよい。

$$m=8 \text{ のとき、} 5 \times 8 - 4 = 36$$

$$m=10 \text{ のとき、} 5 \times 10 - 4 = 46$$

よって、10段目の一番左の数は10、一番右の数は46となるので、42が初めて現れるのは10段目となる。

P. 16

[9]<解答例>

(1) ア 4 イ 12 ウ 16 (2) エ 10 オ 120

$$\text{カ } \frac{a}{2} \quad \text{キ } 6a \quad (3) \quad 6b - 2(\text{cm}^3)$$

<考え方・解き方>

(2) C を 2 個重ねると 4 番目、3 個重ねると 6 番目、4

個重ねると 8 番目……、となるから、逆に 20 番目の直方体は 10 個重ねてある。よって、エ=10となる。C は 12cm^3 で、これが 10 個重ねてあるので、その体積は $12 \times 10 = 120(\text{cm}^3)$ で、オ=120である。

a 番目の直方体は C が $\frac{a}{2}$ 個重ねてあるので、その体積は、 $12 \times \frac{a}{2} = 6a(\text{cm}^3)$ 。よって、カ = $\frac{a}{2}$ 、キ = $6a$ となる。

(3) b の数とできる立体の体積の関係は、次のようになる。

b 番目	1	3	5	7	9	...
体積(cm^3)	4	16	28	40	52	...

表のように b が 2 増えると体積が 12 増えるから、 b が 1 増えると体積は 6 増えると考えて、次のような関係式ができる。

$$\begin{aligned} b \text{ 番目の体積} &= 4 + 6(b-1) \\ &= 6b - 2(\text{cm}^3) \end{aligned}$$

P. 17

[10]<解答例>

(1) 9 段 (2) $7n-19$ (段) (3) $n=12$

<考え方・解き方>

(1) 1 の旗を 4 まで持っていくために 3 段のぼり、2 の旗を運ぶために 2 段降り、2 段のぼる。3 の旗を運ぶために 1 段降り、1 段のぼる。よって、

$$3 + (2 + 2) + (1 + 1) = 9$$

(段)

(2) 1 の旗を n まで持っていくために $(n-1)$ 段のぼり、2 の旗を n まで持っていくために $(n-2)$ 段降り、 $(n-2)$ 段のぼる。

3 の旗を n まで持っていくために $(n-3)$ 段降り、 $(n-3)$ 段のぼる。

4 の旗を n まで持っていくために $(n-4)$ 段降り、 $(n-4)$ 段のぼる。よって、

$$\begin{aligned} &(n-1) + 2(n-2) + 2(n-3) + 2(n-4) \\ &= 7n - 19(\text{段}) \end{aligned}$$

(3) (2) より、1 ~ 4 の旗を 5 の旗の立っている段に集めるのに 1 段降りした段数の合計は、(2) の式に $n=5$ を代入して、

$$7 \times 5 - 19 = 16(\text{段})$$

よって、5 の段より上にある旗を運ぶために移動した段数は、

$$72 - 16 = 56(\text{段})$$

5 の段より上にある旗を運ぶには、1 段のぼり、1 段降りる、2 段のぼり、2 段降りる、……のくり返したから、和が 56 になるまでを調べると、

$$(1+1) + (2+2) + \cdots + (7+7) = 56$$

よって、5 の段より 7 段上までで 56 段移動することになるから、 $5+7=12$ (段) となる。

P. 18

[11]<解答例>

(1) ① 6 個 ② 13.5cm (2) $0.5n + 7.5(\text{cm})$
(3) 青 9 個、白 17 個、赤 9 個

<考え方・解き方>

- (1)①青・白・白・赤の4個で1グループをつくっているから、

$$12 \div 4 = 3 (\text{グループ})$$

1グループに白は2個含まれるので、

$$2 (\text{個}) \times 3 (\text{グループ}) = 6 (\text{個})$$

- ②1個目の8cmに、残り11個が重なっていると考えて、

$$8 + 0.5 \times 11 = 13.5 (\text{cm})$$

- (2)①②より、 n 個重ねるときの高さは、

$$8 + 0.5 \times (n - 1)$$

$$= 8 + 0.5n - 0.5$$

$$= 0.5n + 7.5 (\text{cm})$$

- (3)高さが40cmのときは、コップが何個あるかを調べる。(2)より、

$$0.5n + 7.5 = 40$$

$$n = 65 (\text{個})$$

次に、この65個に青、白、赤が何個含まれるかを調べる。(1)①と同様に、

$$65 \div 4 = 16 \cdots 1$$

よって、4個のグループが16グループできて1個余るから、

$$\left. \begin{array}{l} \text{青} \rightarrow 1 \times 16 + 1 = 17 (\text{個}) \\ \text{白} \rightarrow 2 \times 16 = 32 (\text{個}) \\ \text{赤} \rightarrow 1 \times 16 = 16 (\text{個}) \end{array} \right\} \cdots (\text{ア})$$

同様に、高さが22.5cmのときも調べると、

$$0.5n + 7.5 = 22.5$$

$$n = 30$$

よって、

$$30 \div 4 = 7 \cdots 2$$

よって、

$$\left. \begin{array}{l} \text{青} \rightarrow 1 \times 7 + 1 = 8 (\text{個}) \\ \text{白} \rightarrow 2 \times 7 + 1 = 15 (\text{個}) \\ \text{赤} \rightarrow 1 \times 7 = 7 (\text{個}) \end{array} \right\} \cdots (\text{イ})$$

(ア)、(イ)より高さを40cmにしたときと、22.5cmにしたときの、3色のコップの個数がわかったので、それぞれをひいて、22.5cmから40cmの間に含まれる3色のコップの個数を求める。

$$\text{青} \rightarrow 17 - 8 = 9 (\text{個})$$

$$\text{白} \rightarrow 32 - 15 = 17 (\text{個})$$

$$\text{赤} \rightarrow 16 - 7 = 9 (\text{個})$$

P. 19

12<解答例>

- (1) ア 14 イ 2

- (2) ウ $2n + 6$ エ $6n + 2$

オ n 番目の図形の周の長さの和は、

$$(2n + 6) + (6n + 2) = 8n + 8$$

$$= 8(n + 1)$$

$n + 1$ は自然数だから、 $8(n + 1)$ は8の倍数である。

- (3) $a = 52$, $b = 18$ $a = 67$, $b = 23$

<考え方・解き方>

- (2)表1より、雄太の図形の周は、8cmから始まって2cmずつ増えるから、 n 番目の図形の周は、

$$8 + 2(n - 1) = 2n + 6 (\text{cm})$$

同様に、春子の図形の周は、8cmから始まって6cmずつ増えるから、 n 番目の図形の周は、

$$8 + 6(n - 1) = 6n + 2 (\text{cm})$$

- (3)②より、

$$\text{雄太の } a \text{ 番目の図形の周} = 2a + 6$$

$$\text{春子の } b \text{ 番目の図形の周} = 6b + 2$$

これらが等しいので、

$$2a + 6 = 6b + 2 \cdots \text{①}$$

ここで、 b を奇数として表2を整理すると、

図形の番号	1	3	5	...	b
春子が作った図形	1	2	3	...	$\frac{b+1}{2}$

番号が2増えるとタイルAが1枚増えるから、番号

が1増えるとタイルAが $\frac{1}{2}$ 枚増えると考えて、(2)と

同様に、タイルAの枚数は、1枚から始まって $\frac{1}{2}$ 枚ずつ増えるので、 b 番の図形のタイルAの枚数は、

$$1 + \frac{1}{2}(b - 1) = \frac{b+1}{2}$$

となる。雄太の図形の a 番目のタイルAの枚数は a 枚だから、

$$a = \frac{b+1}{2} \times 5 + 7$$

$$2a = 5b + 19 \cdots \text{②}$$

また、 b を偶数として表2を整理すると、

図形の番号	2	4	6	...	b
春子が作った図形	1	2	3	...	$\frac{b}{2}$

となり、

$$a = \frac{b}{2} \times 5 + 7$$

$$2a = 5b + 14 \cdots \text{③}$$

- ①、②より、 $a = 67$, $b = 23$

- ①、③より、 $a = 52$, $b = 18$

P. 20

13<解答例>

- (1) 12 (2) 39 (3) ① $2a - 3$ ② $a = 32$ $b = 29$

<考え方・解き方>

- (1)7番目の図は右のようになる。

7番目						
1	4	5	8	9	⑫	13
2	3	6	7	10	11	14

- (2)右図のように、

10番目の数から

9番目の数を

ひくと19と20

が残る。

- (3) a 番目の表の数の方が5大きい場合は、例えば下の表のような $a = 8$, $b = 5$ のときである。

$a = 8$ 番目

1	4	5	8	9	12	⑬	16
2	3	6	7	10	11	14	15

$b = 5$ 番目

1	4	5	⑧	9
2	3	6	7	10

3列多い

よって、 a 番目の表の方が3列多くなるので、偶数番目の表は、右上が番数の2倍、奇数番目の表は右

下が番数の2倍であることを利用して他の枠に入る数を一般式で表すと、

a 番号

1	4	5	8	9	12	$2a-4$	$2a-3$	$2a$
2	3	6	7	10	11	$2a-5$	$2a-2$	$2a-1$

b 番号

1	4	$2b-2$	$2b-1$
2	3	$2b-3$	$2b$

3列多い

条件より、 $\square$ の差が5だから、

$$(2a-3)-(2b-2)=5$$

$$a-b=3 \cdots ①$$

3列多い部分の和が369だから、

$$2a+(2a-1)+(2a-2)+(2a-3)+(2a-4)+(2a-5)=369$$

$$12a-15=369 \cdots ②$$

①、②より、

$$a=32, b=29$$

P. 21

14 <解答例>

(1) ア 19 イ 12

(2) ①ウ $a+1$ エ $a+3$ オ $a+4$

$$\text{カ } cd-ab=(a+3)(a+4)-a(a+1)$$

$$=a^2+7a+12-a^2-a$$

$$=6a+12$$

$$=6(a+2)$$

$a+2$ は自然数だから、 $6(a+2)$ は6の倍数である。

② $a=73$ 9行目から25行目まで

<考え方・解き方>

各行の左の数は1から始まって3ずつ増えていくので、

$$\begin{aligned} n \text{ 行目の左の数} &= 1+3(n-1) \\ &= 3n-2 \quad \text{--- ☆} \end{aligned}$$

同様に、右の数は50から始まって3ずつ増えていくので、

$$\begin{aligned} n \text{ 行目の右の数} &= 50+3(n-1) \\ &= 3n+47 \quad \text{--- ★} \end{aligned}$$

図にまとめると、

1 行目	→ 1	2		49	50
2 行目	→ 4	3		52	53
⋮	⋮			⋮	
⋮	⋮			⋮	
n 行目	→ $3n-2$		$3n+47$		

(1) ☆に $n=7$ を代入すると、

$$3 \times 7 - 2 = 19$$

12行目の左の数は☆より、

$$3 \times 12 - 2 = 34$$

13行目の左の数は☆より、

$$3 \times 13 - 2 = 37$$

よって、12行目までは各行に1個ずつ35が含まれ、

13行目からは35は含まれなくなる。

(2) ②①より、 $cd-ab=6(a+2)$ だから、

$$6(a+2)=450$$

$$a=73$$

8行目の右の数は★より、

$$3 \times 8 + 47 = 71$$

9行目の右の数は★より、

$$3 \times 9 + 47 = 74$$

よって、73は9行目で初めて出てくる。

また、25行目の左の数は☆より、

$$3 \times 25 - 2 = 73$$

26行目の左の数は☆より、

$$3 \times 26 - 2 = 76$$

よって、73は26行目から出てこなくなる。

P. 22

15 <解答例>

(1) ① 6 ② 7列

(2) ① $\frac{n+1}{2}$ ② $n=53, 31$ 列

<考え方・解き方>

(1) 12列目までを表にまとめると、下の図のようになる。

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目	6 列 目	7 列 目	8 列 目	9 列 目	10 列 目	11 列 目	12 列 目
1 段目	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
2 段目	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1
3 段目	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
合計	1	0	2	1	1	1	1	1	2	0	1	2

(2) 列と3段目に並んでいる数の合計を表にまとめると、次のようになる。

列	1	3	5	7	...	n
3段目の数の合計	1	2	3	4	...	?

① 3段目の数の合計は、列に1を加えて2で割った数になるから、 n 列目までの合計は、

$$(n+1) \div 2 = \frac{n+1}{2} \cdots \star$$

② ★=27のときだから、

$$\frac{n+1}{2} = 27 \quad n=53$$

また、1段目は4列目ごとに0001をくり返し、2段目は3列目ごとに001をくり返し、3段目は2列目ごとに10をくり返すので、4、3、2の最小公倍数の12列目ごとに同じ合計をくり返す。 $53 \div 12 = 4 \cdots 5$ なので、12列のグループが4グループできて5列のこる。12列までに合計が1になるのが(1)の表より7列あり、残りの5列の中に3列あるので、

$$4 \times 7 + 3 = 31 \text{ (列)}$$

P. 23

16 <解答例>

(1) 金額1155円、重さ31g (2) $13n-8$ (g)

(3) 8331円

<考え方・解き方>

入れた硬貨	1円	50円	1円	500円	1円	50円	1円	500円	1円	50円
枚数の合計(枚)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
金額の合計(円)	1	51	52	552	553	603	604	1104	1105	1155
重さの合計(g)	1	5	6	13	14	18	19	26	27	31

(1) 表より、10枚入れたときは1155円で31gとなる。

(2) 50円の枚数と重さの関係を表にすると、

50円の枚数(枚)	1	2	3	...	n
重さの合計(g)	5	18	31	...	?

$$+13+13$$

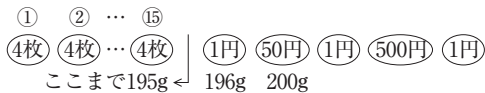
1枚増えるごとに重さは13gずつ増えているから n 枚のときの重さは、

$$5+13(n-1)=13n-8(\text{g})$$

- (3)硬貨を4枚入れたとき重さの合計は13gになり、あとは4枚ごとに13gずつ増えていく。4枚で13gのグループが200gになるまでに何グループあるかを見つければよいので、

$$200 \div 13 = 15 \cdots 5$$

図に表すと、



よって、15グループと1円、50円で200gになる。

1グループで552円だから、

$$552 \times 15 + 1 + 50 = 8331(\text{円})$$

P. 24

17<解答例>

- (1) ア 54, イ 4 (2) $6n^2$ (個) (3) $n=11$

<考え方・解き方>

- (1) 図1の正六角形をS、1辺が3cmの正六角形をTとすると、2つの正六角形の相似比は、

$$S:T=1:3$$

面積比は相似比の2乗だから、

$$S\text{の面積}:T\text{の面積}=1^2:3^2=1:9$$

Sは正三角形6個でできているので、面積を6とすると、

$$6:T\text{の面積}=1:9$$

$$T\text{の面積}=54$$

よって、Tは54個の正三角形が必要である。

- (2) 1辺が ncm の正六角形をNとすると、(1)と同様に、

$$S\text{の面積}:N\text{の面積}=1^2:n^2$$

$$6:N\text{の面積}=1:n^2$$

$$N\text{の面積}=6n^2$$

よって、Nは $6n^2$ (個)の正三角形が必要である。

- (3)(2)と同様に、1辺が $n+1(cm)$ の正六角形をつくるのに必要な正三角形の個数は、 $6(n+1)^2$ (個)なので、

$$6(n+1)^2-6n^2=138$$

$$(n+1)^2-n^2=23$$

$$n^2+2n+1-n^2=23$$

$$2n+1=23$$

$$n=11$$

P. 25

18<解答例>

- (1) ア 17, イ 30 (2) 29, 59, 89
(3) ウ $6n-1$, エ 2, オ 16, カ 15 (4) 80個

<考え方・解き方>

- (1) 2と3の最小公倍数は、

$$2 \times 3 = 6$$

なので、1行目、2行目に共通する自然数は6の倍

数-1だとわかる。アはその3番目なので、

$$\text{ア} = 6 \times 3 - 1 = 17$$

また、イは、2, 3, 5の最小公倍数なので、

$$\text{イ} = 2 \times 3 \times 5 = 30$$

- (2)(1)より、1行目、2行目、3行目に共通する自然数は30の倍数-1だとわかる。

よって、答えとなる3つの自然数は、

$$30 \times 1 - 1 = 29$$

$$30 \times 2 - 1 = 59$$

$$30 \times 3 - 1 = 89$$

となる。

- (3)(1)イより、1行目と2行目に共通する n 番目の自然数は、 n を使って、

$$6n-1 \cdots \text{ウ}$$

と表せる。また、共通する自然数のうち、最も小さい2けたの数は11なので、

$$6n-1=11$$

$$n=2 \cdots \text{エ}$$

加えて、 $100 \div 6 = 16$ あまり4より、共通する自然数のうち、最も大きい2けたの数は、

$$6 \times 16 - 1 = 95$$

で、そのときの n の値は16(オ)だと分かる。

エ、オより、求める自然数の個数は、

$$16-2+1=15 \cdots \text{カ}$$

である。

- (4)(2)と下の数列より、1, 2行目に共通する自然数の中で、

$$5, 11, 17, 23, \text{㉔}, 35, 41, 47, 53, \text{㉕} \cdots$$

3行目とも共通するものは、5個中1個だとわかる。

よって、

$$100 - (100 \div 5) = 80$$

第3講座 方程式

P. 26

1<解答例>

- (1) $x = -3$ (2) $x = -2$ (3) $x = 5$
 (4) $x = 6$ (5) $x = 3$ (6) $x = -5$
 (7) $x = -2$ (8) $x = 3$ (9) $x = -6$
 (10) $x = -2$

<考え方・解き方>

- (1) $6x + 4 = 3x - 5$ (2) $x - 1 = 3x + 3$
 $6x - 3x = -5 - 4$ $x - 3x = 3 + 1$
 $3x = -9$ $-2x = 4$
 $x = -3$ $x = -2$
 (3) $1.3x - 2 = 0.7x + 1$ (4) $5x = 3(x + 4)$
 $13x - 20 = 7x + 10$ $5x = 3x + 12$
 $13x - 7x = 10 + 20$ $5x - 3x = 12$
 $6x = 30$ $2x = 12$
 $x = 5$ $x = 6$
 (5) $\frac{2x+9}{5} = x$ (6) $x - 4 = 5x + 16$
 $2x + 9 = 5x$ $x - 5x = 16 + 4$
 $2x - 5x = -9$ $-4x = 20$
 $-3x = -9$ $x = -5$
 $x = 3$
 (7) $2x + 7 = 1 - x$ (8) $3x - 7 = 8 - 2x$
 $2x + x = 1 - 7$ $3x + 2x = 8 + 7$
 $3x = -6$ $5x = 15$
 $x = -2$ $x = 3$
 (9) $5x + 8 = 3x - 4$ (10) $5x + 18 = 6 - x$
 $5x - 3x = -4 - 8$ $5x + x = 6 - 18$
 $2x = -12$ $6x = -12$
 $x = -6$ $x = -2$

P. 26

2<解答例>

- (1) $(x, y) = (\frac{1}{2}, -1)$ (2) $(x, y) = (7, 3)$
 (3) $(x, y) = (2, -1)$ (4) $(x, y) = (1, 3)$
 (5) $(x, y) = (1, -\frac{1}{3})$ (6) $(x, y) = (-1, 2)$
 (7) $(x, y) = (3, -2)$ (8) $(x, y) = (-1, 3)$
 (9) $(x, y) = (5, -1)$ (10) $(x, y) = (8, -2)$

<考え方・解き方>

- (1) $\begin{cases} 4x + y = 1 \cdots \textcircled{1} \\ 2x - 3y = 4 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 3x + 2y = 27 \cdots \textcircled{1} \\ 5x - 4y = 23 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$
 ①より, ① $\times 2 + \textcircled{2}$ より,
 $y = 1 - 4x \cdots \textcircled{1}'$ $11x = 77$
 これを②に代入して, $x = 7$
 $2x - 3(1 - 4x) = 4$ これを①に代入して,
 $2x - 3 + 12x = 4$ $21 + 2y = 27$
 $14x = 7$ $2y = 6$
 $x = \frac{1}{2}$ $y = 3$
 これを①に代入して,

$$y = 1 - 4 \times \frac{1}{2}$$

$$= -1$$

- (3) $\begin{cases} 2x - y = 5 \cdots \textcircled{1} \\ 3x + 4y = 2 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ (4) $\begin{cases} 3x + y = 6 \cdots \textcircled{1} \\ -x + 3y = 8 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$
 ①より, ②より,
 $y = 2x - 5 \cdots \textcircled{1}'$ $x = 3y - 8 \cdots \textcircled{2}'$
 これを②に代入して, これを①に代入して,
 $3x + 4(2x - 5) = 2$ $3(3y - 8) + y = 6$
 $3x + 8x - 20 = 2$ $9y - 24 + y = 6$
 $11x = 22$ $10y = 30$
 $x = 2$ $y = 3$
 これを①'に代入して, これを②'に代入して,
 $y = 4 - 5$ $x = 9 - 8$
 $y = -1$ $= 1$
 (5) $\begin{cases} 2x - 9y = 5 \cdots \textcircled{1} \\ -x + 3y = -2 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ (6) $\begin{cases} x + 2y = 3 \cdots \textcircled{1} \\ 3x - y = -5 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$
 ①+② $\times 3$ より, ①+② $\times 2$ より,
 $-x = -1$ $7x = -7$
 $x = 1$ $x = -1$
 $x = 1$ を①に代入して, $x = -1$ を①に代入して,
 $2 \times 1 - 9y = 5$ $-1 + 2y = 3$
 $-9y = 3$ $2y = 4$
 $y = -\frac{1}{3}$ $y = 2$
 (7) $\begin{cases} x - 4y = 11 \cdots \textcircled{1} \\ 5x + 3y = 9 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ (8) $\begin{cases} y = 6x + 9 \cdots \textcircled{1} \\ 4x + 3y = 5 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$
 ①より, ①を②に代入して,
 $x = 11 + 4y \cdots \textcircled{1}'$ $4x + 3(6x + 9) = 5$
 ①'を②に代入して, $4x + 18x + 27 = 5$
 $5(11 + 4y) + 3y = 9$ $22x = -22$
 $55 + 20y + 3y = 9$ $x = -1$
 $23y = -46$ これを①に代入して,
 $y = -2$ $y = 6 \times (-1) + 9$
 $y = -2$ を①'に代入して, $= 3$
 $x = 11 + 4 \times (-2)$
 $= 11 - 8$
 $= 3$
 (9) $\begin{cases} x - 3y = 8 \cdots \textcircled{1} \\ 2x + 9y = 1 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ (10) $\begin{cases} 0.2x + 0.3y = 1 \cdots \textcircled{1} \\ x - 14 = 3y \cdots \textcircled{2} \end{cases}$
 ① $\times 2 - \textcircled{2}$ より, ②より,
 $-15y = 15$ $x - 3y = 14 \cdots \textcircled{2}'$
 $y = -1$ ① $\times 10 + \textcircled{2}'$ より,
 ①に代入して, $3x = 24$
 $x + 3 = 8$ $x = 8$
 $x = 5$ これを②に代入して,
 $8 - 14 = 3y$
 $3y = -6$
 $y = -2$

P. 27

3<解答例>

- (1) $x = 4, 8$ (2) $x = 0, -4$
 (3) $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ (4) $x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{6}$

$$(5) \quad x = \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

$$(7) \quad x = \frac{1 \pm \sqrt{37}}{2}$$

$$(9) \quad x = \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{4}$$

<考え方・解き方>

$$(1) (x-6)^2 = 4$$

$$x-6 = \pm 2$$

$$x = 6 \pm 2$$

$$x = 4, 8$$

(3) 式を整理すると、

$$x^2 - x - 1 = 0$$

解の公式を使って、

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$(4) 3x^2 + 6x = x - 1$$

$$3x^2 + 5x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 3 \times 1}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{25-12}}{6}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{6}$$

$$(6) \quad x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{9+4}}{2}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$(7) (x+3)(x-3) = x$$

$$x^2 - 9 = x$$

$$x^2 - x - 9 = 0$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-9)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{1+36}}{2}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{37}}{2}$$

$$(8) 2x^2 + 7x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 2 \times 1}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{-7 \pm \sqrt{49-8}}{4}$$

$$= \frac{-7 \pm \sqrt{41}}{4}$$

$$(9) 2x^2 + 5x - 1 = 0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{25+8}}{4}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{4}$$

$$(6) \quad x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$(8) \quad x = \frac{-7 \pm \sqrt{41}}{4}$$

$$(10) \quad x = \frac{-7 \pm \sqrt{17}}{8}$$

$$(2) \quad x^2 = -4x$$

$$x^2 + 4x = 0$$

$$x(x+4) = 0$$

$$x = 0, -4$$

$$(10) 4x^2 + 7x + 2 = 0$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 4 \times 2}}{2 \times 4}$$

$$= \frac{-7 \pm \sqrt{49-32}}{8}$$

$$= \frac{-7 \pm \sqrt{17}}{8}$$

P. 28

4 <解答例>

$$(1) \quad \text{ア } 3 \quad \text{イ } 36 \quad (2) \quad \text{ア } 2 \quad \text{イ } 5 \quad \text{ウ } -2 \quad \text{エ } 3$$

$$(3) \quad a = 16, x = -5 \quad (4) \quad \text{イ}, \text{ウ}$$

(5) 次のいずれかとなる。

$$\text{ア} = 9 \quad \text{イ} = 2 \quad \text{ウ} = 7 \quad \text{ア} = 7 \quad \text{イ} = 5 \quad \text{ウ} = 2$$

$$(6) \quad \text{ア } 14 \quad \text{イ } -2 \quad (7) \quad 4a + 3b < 1700$$

$$(8) \quad \text{① } a = 10 \quad \text{② } -3$$

$$(9) \quad \text{ア } \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

イ $\frac{c}{a}$ を右辺に移項し、両辺に $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ を加えると、

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

<考え方・解き方>

$$(1) x^2 + 6x + \square \text{ の } \square \text{ にどんな数が入れば } x^2 + 6x + \square$$

$= (x + \triangle)^2$ の因数分解ができるかを考える。具体的

には x の係数がどんな数でも x の係数の半分の 2

乗した数が入ることになる。つまり、6の半分で

3、3の2乗で9が入れば $x^2 + 6x + \underline{9} = (x + \underline{3})^2$

と因数分解できる。よって $(\underline{9})^2 = 9$ であるから、

ア=3となる。ア=3が見つけれれば、後は計算

の流れに従って計算していく。

$$(2) \text{ア} = a, \text{イ} = b \text{ とすると、}$$

$$ax + by = 11 \cdots \text{①}$$

①の解が、 $x = 3, y = 1$ であればよいから、①に代

入すると、

$$3a + b = 11 \cdots \text{②}$$

②の a, b に1以外の自然数をあてはめて、順にみ

つけていくと、

$$\begin{array}{c|ccc} a & 2 & 3 & 4 & \cdots \\ b & 5 & 2 & 1 & \cdots \end{array}$$

の2組しかない。よって、 $(\text{ア}, \text{イ}) = (2, 5), (3, 2)$

のいずれかを答える。

ア=2, イ=5のとき、

$$2x + 5y = 11$$

となるから、次の場合などが考えられる。

$$\begin{array}{c|cccc} x & \cdots & -2 & 3 & 8 & \cdots \\ y & \cdots & 3 & 1 & -1 & \cdots \end{array}$$

ア=3, イ=2のとき、

$3x+2y=11$
 となるから、次の場合などが考えられる。

x	$\cdots$	-3	1	5	$\cdots$
y	$\cdots$	10	4	-2	$\cdots$

(3) $x=3$ を式に代入すると、

$$(3+1)^2=a$$

$$4^2=a \quad a=16$$

よって、もとの方程式は、

$$(x+1)^2=16$$

$$x+1=\pm 4$$

$$x=-1\pm 4$$

他の解 $x=-5$

(4) ア $x^2-5x-6=0$ イ $(x-2)^2=1$

$$(x+1)(x-6)=0 \quad x-2=\pm 1$$

$$x=-1, 6 \quad x=2\pm 1$$

$$x=\underline{1}, 3$$

ウ $x(x-1)=4(x-1)$ エ $(x+1)(x-1)=3$

$$x^2-x=4x-4 \quad x^2-1=3$$

$$x^2-5x+4=0 \quad x^2=4$$

$$(x-1)(x-4)=0 \quad x=\pm 2$$

$$x=\underline{1}, 4$$

(5) [イ]と[ウ]を使って等式をつくると、

$$5 \times [\text{イ}] + 3 \times [\text{ウ}] = 31$$

この関係を満たす、[イ]、[ウ]を表にすると、

[イ]	2	5
[ウ]	7	2

となる。よって、[イ]+[ウ]=[ア]だから、

$$([\text{ア}], [\text{イ}], [\text{ウ}]) = (9, 2, 7), (7, 5, 2)$$

(6) $a=7$ を a^2-5a に代入すると、

$$a^2-5a=7^2-5 \times 7$$

$$=49-35$$

$$=14$$

また、 $a^2-5a=14$ を解くと、

$$a^2-5a-14=0$$

$$(a-7)(a+2)=0$$

よって、 $a=7, -2$

(7) 代金の合計<1700だから、

$$a \times 4 + b \times 3 < 1700$$

$$4a+3b < 1700$$

(8) ① $x=4$ を式に代入して、

$$(4+1) \times (4-2) = a$$

$$a=10$$

② $a=10$ だから、

$$(x+1)(x-2)=10$$

$$x^2-x-12=0$$

$$(x-4)(x+3)=0$$

$$x=4, -3$$

よって、もう一つの解は $x=-3$

(9) イ $\frac{c}{a}$ を移項して、

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$\frac{b}{a}$ の半分の2乗を両辺にたして

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

左辺を平方の形にして、

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

よって、

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

P. 30

[5] <解答例>

(1) 左の皿に3個のせた。

$$(2) \quad \text{連立方程式} \quad \begin{cases} x+y=10 \\ \frac{x}{12} + \frac{y}{4} = \frac{10}{12} + \frac{10}{60} \end{cases}$$

走った道のり9km, 歩いた道のり1km

(3) 11ページ

(4) 方程式 $(x+3)^2-21=10x$

x の値 $-2, 6$

(5) 方程式 $x+x^2=3$, x の値 $\frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$

(6) ①1340 ② $x=27$, $y=12$

<考え方・解き方>

(1) ●を $x(g)$, ◎を $y(g)$ とすると○は1gだから、

1図より、

$$2x=y+1 \cdots \text{①}$$

2図より、

$$3x+1=2y \cdots \text{②}$$

①, ②より、

$$x=3(g), \quad y=5(g)$$

よって、3図で、

$$\text{左の皿} = 4x = 4 \times 3 = 12(g)$$

$$\text{右の皿} = 3y = 3 \times 5 = 15(g)$$

よって、左の皿に○(1g)を3個のせればよい。

(2) 走った道のりを $x\text{km}$, 歩いた道のりを $y\text{km}$ とおく。

	走った	歩いた	合計
道のり	$x\text{km}$	$y\text{km}$	10km
速さ	時速12km	時速4km	*
時間	$\frac{x}{12}$ 時間	$\frac{y}{4}$ 時間	$\frac{10}{12} + \frac{10}{60}$ 時間

$$\begin{cases} x+y=10 \\ \frac{x}{12} + \frac{y}{4} = \frac{10}{12} + \frac{10}{60} \end{cases}$$

この連立方程式を解いて、 $(x, y) = (9, 1)$

(3) 月曜日に x ページ読んだとすると、次の表より、最も多く読んだのは木曜日の $x+5$ ページだから、土曜日は $2(x+5)$ ページとなる。

曜日	月	火	水	木	金	土
前日との差		-2	+4	+3	-1	
読んだページ	x	$x-2$	$x+2$	$x+5$	$x+4$	$2(x+5)$

6日間の読んだページの平均が16ページだから、

$$x + (x-2) + (x+2) + (x+5) + (x+4) + 2(x+5) = 16 \times 6$$

これを解いて、 $x=11$

(4)図の操作にしたがって式をつくると、

$$(x+3)^2 - 21 = x \times 10$$

整理して解くと、

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x+2)(x-6) = 0$$

$$x = -2, 6$$

(5) x と x^2 の和が3になるので、 $x+x^2=3$ という式がで
 きる。これを解くと、

$$x+x^2=3$$

$$x^2+x-3=0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times (-3)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

(6)① $2019-9=2010$ (イ)

$$2010 \times \frac{2}{3} = 1340$$
(ウ)

よって、1340

②問題より、

$$\begin{cases} (x-9) \times \frac{2}{3} = y \\ (y-9) \times \frac{2}{3} = 2 \end{cases}$$

これを解いて、

$$x=27, y=12$$

P. 32

[6]＜解答例＞

(1) ① $15-x-y$ (回) ② $x-3y+15$ (点)

(2) 花子 6回 太郎 4回

＜考え方・解き方＞

	勝(2点)	負(-2点)	あいこ(1点)
花子	x 回	y 回	$15-x-y$ 回
太郎	y 回	x 回	$15-y-x$ 回

(1)①15回じゃんけんをしているので、あいこの回数は
 上の表のようになる。

②表より、

$$\begin{aligned} & x \times 2 + y \times (-2) + (15-x-y) \times 1 \\ &= 2x - 2y + 15 - x - y \\ &= x - 3y + 15 \text{ (点)} \end{aligned}$$

(2)花子の得点が9点だから、(1)の②より、

$$x-3y+15=9 \cdots (\text{ア})$$

太郎が1点だから、

$$\begin{aligned} & y \times 2 + x \times (-2) + (15-y-x) \times 1 = 1 \\ & 2y - 2x + 15 - y - x = 1 \\ & -3x + y + 15 = 1 \cdots (\text{イ}) \end{aligned}$$

(ア), (イ)より、

$$x=6, y=4$$

P. 33

[7]＜解答例＞

(1) 128cm^3 (2) ① ア $4x$ イ $\frac{1}{2}x^2 - 16x + 128$

ウ 68 エ 256 ② 88cm^3

＜考え方・解き方＞

(1)底面は1辺が4cmの正方形になる。

$$4 \times 4 \times 8 = 128 (\text{cm}^3)$$

(2)① $V=2^2 \times x=4x \rightarrow \text{ア}$

$$V' = \left(4 - \frac{x}{4}\right)^2 \times 8 = 8 \left(\frac{x^2}{16} - 2x + 16\right)$$

$$= \frac{1}{2}x^2 - 16x + 128 \rightarrow \text{イ}$$

よって、

$$V : V' = 4x : \left(\frac{1}{2}x^2 - 16x + 128\right) = 2 : 9$$

$$4x \times 9 = 2 \times \left(\frac{1}{2}x^2 - 16x + 128\right)$$

$$36x = x^2 - 32x + 256$$

$$x^2 - 68x + 256 = 0$$

ウ エ

$$(x-4)(x-64) = 0$$

$$x=4, 64 \quad 0 < x < 8 \text{ より, } x=4$$

よって、

$$\begin{aligned} V + V' &= 4 \times 4 + 9 \times 8 \\ &= 88 (\text{cm}^3) \end{aligned}$$

第4講座 関数

P. 34

1 <解答例>

$$(1) \frac{3}{2} \leq y \leq 4 \quad (2) -2 \quad (3) y = \frac{10}{x}$$

$$(4) \text{ア } 12 \quad \text{イ } 6 \quad (5) \text{ア } 500 \quad \text{イ } 4250 \quad (6) y = \frac{6}{x}$$

$$(7) y = 3 \quad (8) \text{① } a = 12 \quad \text{② } \frac{3}{4} \leq m \leq 3$$

$$(9) \text{ア, イ, エ} \quad (10) y = \frac{6}{5}$$

<考え方・解き方>

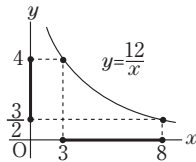
$$(1) y = \frac{a}{x} \text{ に } x=6, y=2 \text{ を代入}$$

$$\text{すると, } 2 = \frac{a}{6}, a = 12,$$

よって, 比例定数は12なので, 図のようにグラフに表すと, $x=3$ のとき $y=4$,

$$x=8 \text{ のとき } y = \frac{3}{2} \text{ となり,}$$

$$y \text{ の変域は } \frac{3}{2} \leq y \leq 4 \text{ である.}$$



(2) 2点 A, B のそれぞれの座標は(2, 8), (4, 4)となるので, この2点を通る直線の傾きは,

$$\text{傾き} = \frac{4-8}{4-2}$$

$$= -\frac{4}{2}$$

$$= -2$$

(3) $y = \frac{a}{x}$ に $x=2, x=5$ をそれぞれ代入すると,

$$x=2 \text{ のとき, } y = \frac{a}{2} \cdots \text{①}$$

$$x=5 \text{ のとき, } y = \frac{a}{5} \cdots \text{②}$$

$$\text{①} = \text{②} + 3 \text{ より,}$$

$$\frac{a}{2} = \frac{a}{5} + 3$$

$$5a = 2a + 30$$

$$a = 10$$

$$\text{よって, } y = \frac{10}{x}$$

(4) ①に $x=3$ を代入すると,

$$y = \frac{4}{3} \times 3$$

$$y = 4$$

よって, ①, ②の交点の座標は(3, 4)で, ②のグラフはこの点を通るので, $a = xy$ より, $a = 3 \times 4 = 12$, イに入る数を求めるには, $xy = 12$ より, 積が12となる x と y の自然数の組み合わせを考える。

$$(x, y) = (1, 12) (2, 6) (3, 4) (4, 3) (6, 2) (12, 1)$$

以上の6組である。

(5) 2人の出発してから時間を x 分, 走った距離を y m とすると, 一郎のグラフを表す式は, 1000m を4分で走っているのて,

$$1000 \div 4 = 250 \text{ より, } y = 250x$$

同様に, 大輔のグラフを表す式は,

$$800 \div 4 = 200 \text{ より, } y = 200x$$

$x=10$ をそれぞれに代入して,

$$\text{一郎: } y = 250 \times 10 = 2500$$

$$\text{大輔: } y = 200 \times 10 = 2000 \text{ より,}$$

$$2500 - 2000 = 500 \rightarrow \text{ア}$$

スタート地点から $\square$ m 地点を一郎が t 分後に通

過したとすると, 大輔は $t + 4\frac{1}{4}$ 分後に通過するので,

$$250t = 200\left(t + 4\frac{1}{4}\right) \text{ より,}$$

$$t = 17$$

$$\text{よって, } 250 \times 17 = 4250 \rightarrow \text{イ}$$

(6) 反比例の式を $y = \frac{a}{x}$ とすると,

$$\text{点 A の } y \text{ 座標} = \frac{a}{3}$$

$$\text{点 B の } y \text{ 座標} = \frac{a}{-1} = -a$$

この差が8だから,

$$\frac{a}{3} - (-a) = 8$$

$$a = 6$$

よって, 求める式は $y = \frac{6}{x}$ である。

(7) 反比例なので, $xy = \text{一定}$ だから,

$$2 \times 9 = 6 \times y$$

$$6y = 18$$

$$y = 3$$

(8) ① $y = \frac{a}{x}$ より $a = xy$ これに(2, 6)を代入して,

$$a = 2 \times 6 = 12$$

② $y = mx$ に(2, 6)を代入して,

$$m = 3 \cdots \text{i}$$

①より, $12 = xy$ に $x=4$ を代入して,

$$12 = 4y$$

$$y = 3$$

よって, B(4, 3)なので, これを $y = mx$ に代入して,

$$3 = 4m$$

$$m = \frac{3}{4} \cdots \text{ii}$$

したがって, i, ii より, $\frac{3}{4} \leq m \leq 3$

(9) x の値が決まると, それにともなって y の値も1つに決まるのが関数であり, ウ, オはこの定義を満たしていない。

(10) 反比例なので, $xy = \text{一定}$ だから,

$$2 \times 3 = 5 \times y$$

$$5y = 6$$

$$y = \frac{6}{5}$$

P. 37

2 <解答例>

(1) ①時速30km ②24分後

(2) ①午前10時26分40秒 ② $10.8 \leq a < 13.5$

(3) ①2420円 ②880円

- (4) ①5080円 ② $1200 < a < 1320$
 (5) ①妹：毎秒1 m, 姉：毎秒1.25 m
 ②30秒後
 (6) ①60秒後 ② $a=5.5, b=0.8$
 (7) ①毎分220m ②22分40秒後
 (8) ① $a=3$ ②15分後 ③ $1 \leq b < 4$
 (9) ①ウ ②2
 (10) ①カ ②-1 ③-4, 2

<考え方・解き方>

- (1)①グラフより、8 km を16分($\frac{16}{60}$ 時間)で進むことが分かるので、

$$8 \div \frac{16}{60} = 30 \text{ (時速30km)}$$

- ②大輔さんの式は、速さが時速15kmなので、傾きは

$$\frac{15}{60} = \frac{1}{4}$$

$$\text{よって、} y = \frac{1}{4}x \cdots i$$

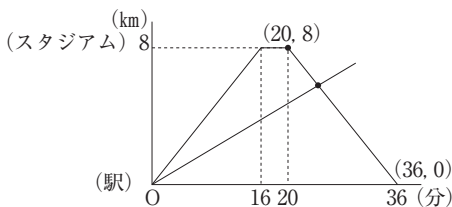
バスの式は2点(20, 8), (36, 0)を通るので、傾きは、

$$\frac{0-8}{36-20} = -\frac{1}{2}$$

求める式を $y = -\frac{1}{2}x + b$ とおき、(36, 0)を代入して、 $b=18$

$$\text{よって、} y = -\frac{1}{2}x + 18 \cdots ii$$

i, iiを連立方程式で解いて、 $(x, y) = (24, 6)$ したがって、24(分後)



- (2)①バスの直線の式はグラフより、(20, 9), (35, 0)の2点を通ることがわかるので、

$$y = -\frac{3}{5}x + 21 \cdots i$$

大輔さんの式は、時速18kmより、傾きは、 $\frac{18}{60} = \frac{3}{10}$ 、また、グラフより(10, 0)を通ることがわかるので、求める式を $y = \frac{3}{10}x + b$ とおき、これに

(10, 0)を代入して、

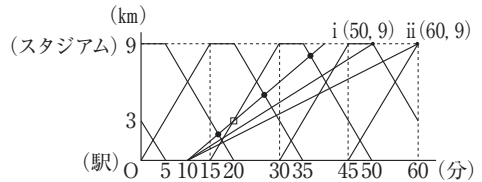
$$y = \frac{3}{10}x - 3 \cdots ii$$

i, iiを連立方程式で解いて、

$$x = \frac{80}{3} \left(26\frac{2}{3} \right)$$

$\frac{80}{3} \left(26\frac{2}{3} \right)$ 分は26分40秒のことなので、

午前10時26分40秒



- ②上図より、条件を満たすには、50分から60分の間に大輔さんがスタジアムに到着すればよいことがわかる。到着するのが50分のとき、 a の値は、

$$9 \div \frac{50-10}{60} = \frac{27}{2} (13.5) \cdots i$$

到着するのが60分のとき、 a の値は、

$$9 \div \frac{60-10}{60} = \frac{54}{5} (10.8) \cdots ii$$

i, iiより、 $10.8 \leq a < 13.5$

- (3)①1か月間の水の使用量が 23m^3 のときの水道料金は、 $400 + 40 \times 10 + 120 \times 10 + 140 \times 3 = 2420$ 円となる。

- ②大輔さんが住んでいる市の1か月当たりの水道料金の基本料金を x 円とする。このとき、大輔さんが住んでいる市で1か月間の水の使用量が 28m^3 のときの水道料金は、 $x + 80 \times 28 = x + 2240$ 円となる。また、美咲さんが住んでいる市で1か月間の水の使用量が 28m^3 のときの水道料金は、 $400 + 40 \times 10 + 120 \times 10 + 140 \times 8 = 3120$ 円となる。よって、 $x + 2240 = 3120$ より、

$$x = 880$$

したがって、大輔さんが住んでいる市の1か月当たりの水道料金の基本料金は880円となる。

- (4)①1か月間の水の使用量は $x\text{m}^3$ なので、ヒバリ市の水道料金は、 $620 + 140 \times 10 + 170 \times (x - 20)$ (円)となる。

また、リンドウ市の水道料金は、 $900 + 110 \times x$ (円)となる。

それぞれの市の水道料金が等しくなるので、

$$620 + 140 \times 10 + 170 \times (x - 20) = 900 + 110 \times x$$

これを解いて、 $x = 38(\text{m}^3)$ となる。

$x = 38$ をリンドウ市の水道料金を表す式に代入すると、

$$900 + 110 \times 38 = 5080 \text{ (円) となる。}$$

- ②基本料金 a 円、使用量ごとの料金を 1m^3 につき80円、1か月間の水の使用量は $x\text{m}^3$ なので、水道料金は $a + 80x$ (円)と表せる。よって、<条件>の1つ目の、水の使用量が 10m^3 のとき、 $x = 10$ を代入して、 $a + 80 \times 10 = a + 800$ (円)と表せる。このときのヒバリ市の水道料金は $620 + 0 = 620$ (円)。リンドウ市の水道料金は、 $900 + 110 \times 10 = 2000$ (円)。よって、水道料金はリンドウ市の水道料金2000円より高くなるように設定するので、

$$a + 800 = 2000 \text{ より、}$$

$$a = 1200$$

よって、基本料金を1200円より高くする。

また、<条件>の2つ目の、水の使用量が 30m^3 のとき、 $x = 30$ を代入して、 $a + 80 \times 30 = a + 2400$

(円)と表せる。このときのヒバリ市の水道料金は
 $620+140 \times 10+170 \times 10=3720$ (円)。リンドウ市の
 水道料金は、 $900+110 \times 30=4200$ (円)。よって、
 水道料金はヒバリ市の水道料金3720円より安くなる
 ように設定するので、

$$a+2400=3720 \text{ より、}$$

$$a=1320$$

よって、基本料金を1320円より安くする。

したがって、 $1200 < a < 1320$ となる。

- (5) ①グラフより、妹は1往復50mを50秒で泳いでい
 る。よって、速さは $50 \div 50 = 1$ (m/秒)となる。
 姉は、1往復50mを40秒で泳いでいる。よって、
 速さは $50 \div 40 = 1.25$ (m/秒)となる。

- ②妹の式は、(25, 25), (50, 0)を通るので、

$$\text{傾きは } \frac{0-25}{50-25} = -\frac{25}{25} = -1$$

求める式を $y = -x + b$ とおき、(50, 0)を代入して、
 $b = 50$

よって、 $y = -x + 50 \cdots \text{i}$

姉の式は、(14, 0), (34, 25)を通るので、

$$\text{傾きは } \frac{25-0}{34-14} = \frac{25}{20} = \frac{5}{4}$$

求める式を $y = \frac{5}{4}x + b$ とおき、(14, 0)を代入して、

$$b = -\frac{35}{2}$$

よって、 $y = \frac{5}{4}x - \frac{35}{2} \cdots \text{ii}$

i, iiを連立方程式で解いて、

$$(x, y) = (30, 20)$$

したがって、30(秒後)となる。

- (6) ①2回目にすれちがった時間は、姉と妹の直線の式
 をそれぞれ求め、その交点の x 座標となる。
 よって、姉の $48 \leq x \leq 68$ での式は、(48, 25), (68,
 0)を通る直線より、

$$y = -\frac{5}{4}x + 85 \cdots \text{i}$$

妹の $50 \leq x \leq 75$ での式は、(50, 0), (75, 25)を
 通る直線より、

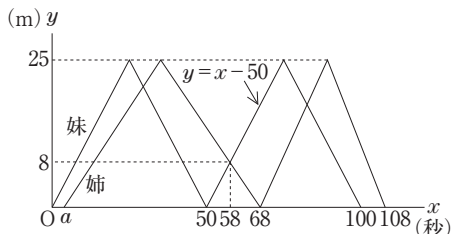
$$y = x - 50 \cdots \text{ii}$$

i, iiを連立方程式で解いて、

$$(x, y) = (60, 10)$$

したがって、60(秒後)となる。

②



次の日、姉がプールを泳いで2往復したグラフは、
 上図のようになる。

$x=58$ を $y=x-50$ に代入して、 $y=58-50=8$ とな

る。よって、姉の平泳ぎの速さは $68-58=10$ 秒で
 8m泳ぐので、 $b=8 \div 10=0.8$ (m/秒)となる。

また、姉が平泳ぎで1往復するのにかかる時間は、
 $50 \div 0.8 = 62.5$ (秒)より、姉は、妹がスタートし
 てから $a=68-62.5=5.5$ (秒後)にスタートして
 いる。

- (7) ①グラフより、1760mを8分で走るので、

$$1760 \div 8 = 220 \text{ (m/分)}$$

- ②直樹さんの式は、(12, 2400), (27, 4800)を通る
 ので、

$$y = 160x + 480 \cdots \text{i}$$

航平さんの式は、(4, 0), (12, 1760)を通るので、

$$y = 220x - 880 \cdots \text{ii}$$

i, iiを連立方程式で解いて、

$$x = \frac{68}{3} (22\frac{2}{3})$$

よって、22分40秒後となる。

- (8) ①健太さんが1周を走り終えたのは、スタートして
 12分後。このとき、航平さんは、
 $2400-240=2160$ m地点を走っている。

よって、 $(2160 \div 240 =)$ 9分でたどりつくので、

$$a = 12 - 9 = 3$$

- ②直樹さんの式は、(12, 2400), (27, 4800)を通る
 ので、

$$y = 160x + 480 \cdots \text{i}$$

航平さんの式は、(3, 0), (12, 2160)を通るので、

$$y = 240x - 720 \cdots \text{ii}$$

i, iiを連立方程式で解いて、

$$x = 15$$

よって、15分後となる。

- ③航平さんが直樹さんに並んでから2分後の $x=17$
 をiiに代入すると、 $y=3360$

$y=3360$ をiの式に代入すると、 $x=18$

このときに、航平さんが立ち止まるとすると、

$$b = 18 - 17 = 1$$

航平さんが、そのまま2週目を走り終えたとす
 ると、iiの式に、 $y=4800$ を代入して、 $x=23$ 分後。
 このとき、直樹さんを $27-23=4$ 分待つことにな
 る。

よって、 $1 \leq b < 4$

- (9) ①グラフを y 軸の正の方向に平行移動するた
 めには、切片を大きくするとよい。よって、ウとなる。

- ② $y=3x+1$ と $y=-x+3$ を連立方程式で解いて、

$$(x, y) = (\frac{1}{2}, \frac{5}{2})$$

これを $y=x+b$ に代入して、

$$\frac{5}{2} = \frac{1}{2} + b$$

$$b = 2$$

- (10) ①二元一次方程式 $ax+by+c=0$ を、 y を x を使っ

た式で表すと、 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$ となる。グラフを y

軸の正の方向に平行移動するには、切片を大きく

するとよい。このとき、切片 $-\frac{c}{b}$ の符号が負であ

ることに注意する。また、 b の値を小さくしても切片は大きくなるが、その場合、傾きも変わってしまうため、平行移動にならない。よって、 k となる。

② $2x - y - 1 = 0$ と $x + y - 3 = 0$ を連立方程式で解いて、

$$(x, y) = \left(\frac{4}{3}, \frac{5}{3}\right)$$

これを $ax + 2y - 2 = 0$ に代入して、

$$\frac{4}{3}a + \frac{10}{3} - 2 = 0$$

$$a = -1$$

③それぞれの式を y を x を使った式で表すと、

$$y = 2x - 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$y = -x + 3 \cdots \textcircled{2}$$

$$y = -\frac{a}{2}x + 1 \cdots \textcircled{3}$$

2つの直線が平行となると、傾きが等しいので、

(i) ①と③の傾きが等しいとき、

$$-\frac{a}{2} = 2$$

$$a = -4$$

(ii) ②と③の傾きが等しいとき、

$$-\frac{a}{2} = -1$$

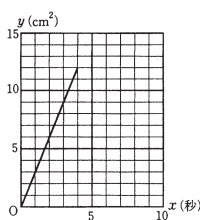
$$a = 2$$

(i), (ii)より、 $a = -4, 2$

P. 46

3 <解答例>

- (1) 6秒後 (2) ①
② $x = 2, 5$



<考え方・解き方>

(1) t 秒後に会おうとすると、

$$(A \sim B \sim P) + (D \sim C \sim Q)$$

$$= 18 \text{である。}$$

ここで、

$$(A \sim B \sim P) = t$$

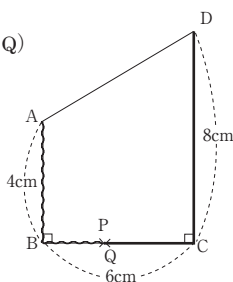
$$(D \sim C \sim Q) = 2t$$

となるから、

$$t + 2t = 18$$

$$t = 6$$

よって、6秒後に会おう。



(2) ①右図のように、点PがAB上にあるとき、

$\triangle APQ$ の底辺 $AP = x(\text{cm})$,

高さ $QH = 6(\text{cm})$ だから、

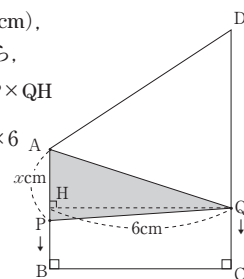
$$\triangle APQ = \frac{1}{2} \times AP \times QH$$

$$y = \frac{1}{2} \times x \times 6$$

$$y = 3x$$

となるので、 $0 \leq x \leq 4$ の変域で、この式の

グラフをかく。



②右図のように、点P, Qが辺BC上にあるとき、

$\triangle APQ$ は底辺がPQ、高さが辺ABである。ここで、

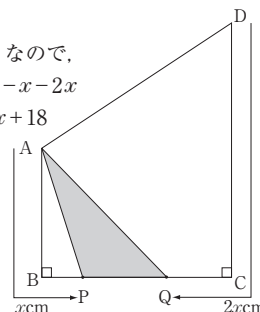
$$A \sim B \sim C \sim D = 4 + 6 + 8 = 18,$$

$$A \sim B \sim P = x,$$

$$D \sim C \sim Q = 2x \text{なので、}$$

$$PQ = 18 - x - 2x$$

$$= -3x + 18$$



となる。よって、

点P, Qが辺BC上にあるときの x, y の関係式は次のようになる。

$$\triangle APQ = \frac{1}{2} \times PQ \times AB$$

$$y = \frac{1}{2} \times (-3x + 18) \times 4$$

$$y = -6x + 36$$

①, ②より、 x, y の関係をグラフに

表すと、右図のようになるので、

$y = 6$ を $y = 3x$ と $y = -6x + 36$ に

それぞれ代入して、

x の値を求めればよい。

$y = 3x$ に代入して、

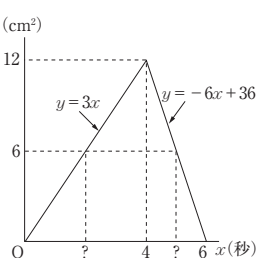
$$6 = 3x$$

$$x = 2$$

$y = -6x + 36$ に代入して、

$$6 = -6x + 36$$

$$x = 5$$



P. 46

4 <解答例>

$$(1) a = \frac{3}{2} \quad (2) a = \frac{1}{4} \quad (3) y = \frac{16}{3}$$

$$(4) 0 \leq y \leq 12 \quad (5) a = \frac{4}{5}$$

<考え方・解き方>

(1)直線PQと y 軸の交点をRとする。P(-2, 4a), R

(0, 3), Q(1, a)であるから、

$$\text{PRの傾き} = \frac{3-4a}{0-(-2)} \dots \textcircled{1}$$

$$\text{RQの傾き} = \frac{a-3}{1-0} \dots \textcircled{2}$$

PRの傾き=RQの傾きであるから、①、②より、

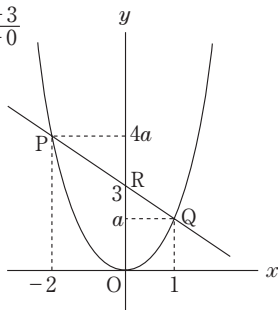
$$\frac{3-4a}{0-(-2)} = \frac{a-3}{1-0}$$

$$\frac{3-4a}{2} = a-3$$

$$3-4a=2a-6$$

$$-6a=-9$$

$$a=\frac{3}{2}$$



(2) $y=ax^2$ で、 x が-1から3まで増加するときの変化

割合は、 $y=\frac{1}{2}x+b$ の傾きと等しくなるので、

$$\frac{9a-a}{3-(-1)} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{8a}{4} = \frac{1}{2}$$

$$a = \frac{1}{4}$$

(3) $y=ax^2$ に $x=-3$, $y=12$ を代入して、

$$12=9a$$

$$a=\frac{4}{3}$$

$y=\frac{4}{3}x^2$ に $x=2$ を代入して、

$$y=\frac{4}{3} \times 4$$

$$y=\frac{16}{3}$$

(4) $\frac{1}{3} > 0$ だから上に開くグラフなので、

$x=0$ のとき、 y の最小値=0

$x=6$ のとき、 y の最大値= $\frac{1}{3} \times 6^2 = 12$

よって、 y の変域は $0 \leq y \leq 12$

(5) $y=ax^2$ で x が m から n まで増加するときの変化の割合は $a(m+n)$ で表されるので、

$$a(1+4) = 4$$

$$a = \frac{4}{5}$$

P. 47

[5] <解答例>

$$(1) \quad 8 \quad (2) \quad -\frac{2}{3} \quad (3) \quad y = -\frac{2}{3}x + 4$$

(4) 7個

<考え方・解き方>

(1) $y=\frac{2}{9}x^2$ に $x=-6$ を代入して、

$$y = \frac{2}{9} \times (-6)^2$$

$$= 8$$

(2) A(-6, 8), B(3, 2)だから、

$$\begin{aligned} \text{変化の割合} &= \frac{2-8}{3-(-6)} \\ &= -\frac{2}{3} \end{aligned}$$

(3) (2)より、A(-6, 8), B(3, 2)を通る直線の式を求める。

(4) 右図で、

$x=1$ のとき

$$y = \frac{10}{3} \left(\frac{3}{3} \right)$$

だから、

$$0 < y < 3\frac{1}{3} \text{の範囲}$$

に、整数は3個ある。

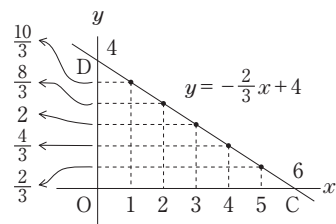
同様に、 $x=2$ のとき $y = \frac{8}{3} \left(\frac{2}{3} \right)$ だから2個。

$x=3$ のとき $y=2$ だから1個。(2は含まない)

$x=4$ のとき $y=\frac{4}{3} \left(\frac{1}{3} \right)$ だから1個。

$x=5$ のとき $y=\frac{2}{3}$ だから0個。

よって、 $3+2+1+1=7$ (個)



P. 47

[6] <解答例>

$$(1) \quad a = \frac{3}{4}, \quad b = 48 \quad (2) \quad y = \frac{1}{2}x + 2$$

$$(3) \quad \textcircled{1} \frac{3}{2}t^2 - 4 - t \quad \textcircled{2} \left(\frac{8}{3}, \frac{16}{3} \right)$$

<考え方・解き方>

(1) A(4, 16a),

B(2, 4a)なので、

$$\frac{16a-4a}{4-2} = \frac{9}{2}$$

$$\frac{12a}{2} = \frac{9}{2}$$

$$a = \frac{3}{4}$$

よって、A(4, 12)

なので、①の式に代入して、

$$12 = \frac{b}{4}$$

$$b = 48$$

(2) B(2, 3), C(8, 6)を通る直線の式を求める。

(3) ① $P(t, \frac{3}{4}t^2)$ とおけるので、点Qのy座標は $\frac{3}{4}t^2$ と

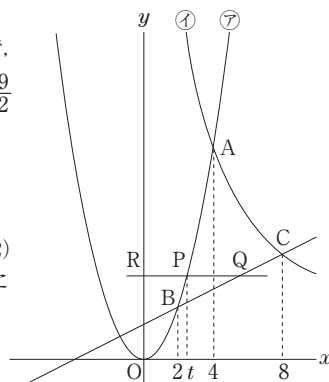
なる。 $y = \frac{3}{4}t^2$ を(2)の式 $y = \frac{1}{2}x + 2$ に代入して、

$$\frac{3}{4}t^2 = \frac{1}{2}x + 2$$

$$\frac{1}{2}x = \frac{3}{4}t^2 - 2$$

$$x = \frac{3}{2}t^2 - 4$$

よって、点Qのx座標は $\frac{3}{2}t^2 - 4$ である。



よって、

$$\begin{aligned}PQ &= \left(\frac{3}{2}t^2 - 4\right) - t \\&= \frac{3}{2}t^2 - t - 4\end{aligned}$$

② $PR=t$ なので $PQ:PR=3:2$ より、

$$\left(\frac{3}{2}t^2 - t - 4\right) : t = 3 : 2$$

$$3t^2 - 2t - 8 = 3t$$

$$3t^2 - 5t - 8 = 0$$

$$t = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 96}}{6}$$

$$= \frac{5 \pm 11}{6}$$

$$t = -1, \frac{8}{3}$$

$$2 < t < 4 \text{ より, } t = \frac{8}{3}$$

P. 48

7 < 解答例 >

(1) $a = \frac{3}{4}$ (2) $y = 2x + 4$

(3) -2 (4) $(2, 3)$

<考え方・解き方>

(1) $y = ax^2$ に $(4, 12)$ を代入して、 $a = \frac{3}{4}$

(2) 切片が 4 なので、求める式を $y = mx + 4$ とおき、これに $(4, 12)$ を代入して、

$$12 = 4m + 4$$

$$m = 2$$

$$\text{よって, } y = 2x + 4$$

(3)(2) より、 $y = 2x + 4$ に $y = 0$ を代入して、

$$0 = 2x + 4$$

$$x = -2$$

(4) 点 P の y 座標を h とおく。

$\triangle BPQ = \triangle ABO$ より、

$$8 \times h \times \frac{1}{2} = 2 \times 12 \times \frac{1}{2}$$

$$h = 3$$

$$y = \frac{3}{4}x^2 \text{ に } y = 3 \text{ を代入}$$

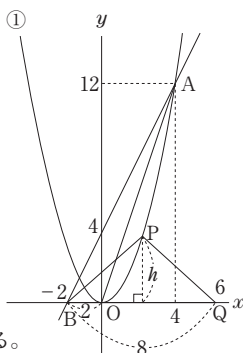
$$3 = \frac{3}{4}x^2$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

$$x > 0 \text{ なので, } x = 2$$

よって、 $P(2, 3)$ と分かる。



P. 48

8 < 解答例 >

(1) $a = \frac{1}{3}$ (2) $y = -\frac{1}{3}x + 2$

(3) ① 14 ② $\frac{5}{11}$ 倍

<考え方・解き方>

(1) $y = x + 6$ に $x = -3$ を代入して、

$$y = -3 + 6$$

$$= 3$$

よって、 $A(-3, 3)$ 。これを $y = ax^2$ に代入して、

$$a = \frac{1}{3}$$

(2)(1) より、 $y = \frac{1}{3}x^2$ に $x = 2$ を代入して、

$$y = \frac{4}{3}$$

よって、 $C(2, \frac{4}{3})$ 。よって、 $A(-3, 3)$ 、 $C(2, \frac{4}{3})$

を通る直線の式を求めるとよい。

(3) ① $\triangle ACP = \triangle ACB$ になるには、 $AC \parallel PB$ であれば

よい。点 B の y 座標は、A の y 座標より 9 だけ大きいので、

$$3 + 9 = 12$$

$$y = 12 \text{ を } \textcircled{4} \text{ の}$$

$$y = x + 6 \text{ に代入して、}$$

$$12 = x + 6$$

$$x = 6$$

$$\text{よって, } B(6, 12)$$

$AC \parallel PB$ より、

求める式を

$$y = -\frac{1}{3}x + b$$

とおき、

$B(6, 12)$ を代入して、

$$12 = -\frac{1}{3} \times 6 + b$$

$$b = 14$$

点 P は直線 PB の切片なので点 P の y 座標は 14 である。

(3) ② 線分 AB と線分 PC の交点を Q とする。 $AC \parallel PB$

より、 $\triangle AQC \sim \triangle BQP$ となる。

ここで、相似比 $AC:BP$ は、A と C、P と B の x 座標の差として考えるので、

$$AC:BP = |2 - (-3)| : (6 - 0) = 5 : 6$$

これより、

$$AB:AQ = (5 + 6) : 5 = 11 : 5$$

左図より、 $\triangle ACB$ と $\triangle ACP$ の重なっている部分は $\triangle AQC$ だとわかる。 $\triangle ACB$ と $\triangle AQC$ の底辺をそれぞれ、AB、AQ とすると高さは等しいので、

$$\triangle ACB : \triangle AQC = AB : AQ = 11 : 5$$

よって、 $\triangle AQC$ は $\triangle ACB$ の $\frac{5}{11}$ 倍である。

P. 49

9 < 解答例 >

(1) 9 (2) $y = \frac{1}{2}x + 6$

(3) ① 6 ② $3\sqrt{5}$

<考え方・解き方>

(1) $y = \frac{1}{4}x^2$ に $x = 6$ を代入して、

$$y = \frac{1}{4} \times 6^2$$

$$= 9$$

(2) $y = \frac{1}{4}x^2$ に $x = -4$ を代入して、

$$y = \frac{1}{4} \times (-4)^2 \\ = 4$$

よって、直線 AB は $(-4, 4)$, $(6, 9)$ を通ることがわかる。

(3) ①(2)より、 $y = \frac{1}{2}x + 6$ に $x = 2$ を代入して、

$$y = \frac{1}{2} \times 2 + 6 \\ = 7$$

よって、 $P(2, 7)$

$y = \frac{1}{4}x^2$ に $x = 2$ を代入して、

$$y = \frac{1}{4} \times 2^2 \\ = 1$$

よって、 $Q(2, 1)$

したがって 2 点 P, Q の距離は、

$$7 - 1 = 6$$

② $\angle ARQ = 90^\circ$ と

なるように、

$\triangle ARQ$ をつくる。

AR の長さは、

$$2 - (-4) = 6$$

RQ の長さは

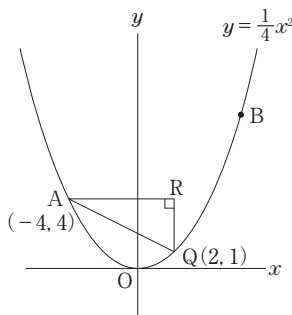
$$4 - 1 = 3$$

三平方の定理より、

$$AQ^2 = 6^2 + 3^2$$

$$AQ^2 = 45$$

$$AQ = 3\sqrt{5}$$



P. 49

10 <解答例>

(1) $a = \frac{1}{4}$ (2) $y = \frac{1}{2}x + 2$

(3) ① $(\frac{3}{2}, \frac{11}{4})$ ② $\frac{21}{4}$ 倍

<考え方・解き方>

(1) $y = -\frac{1}{3}x^2$ に $y = -3$ を代入して、

$$-3 = -\frac{1}{3}x^2 \\ x^2 = \pm 3$$

点 A は $x < 0$ なので、 $x = -3$

直線 AB は原点と $A(-3, -3)$ を通るので、

その式は $y = x$ だとわかる。

$y = x$ に $x = 4$ を代入して、

$$y = 4$$

つまり B の座標は $(4, 4)$ である。これを

$y = ax^2$ に代入して、

$$4 = 16a$$

$$a = \frac{1}{4}$$

(2) ①より、 $y = \frac{1}{4}x^2$ に $x = -2$ を代入して、

$$y = \frac{1}{4} \times (-2)^2$$

$$= 1$$

よって、 $C(-2, 1)$

したがって、直線 BC は $B(4, 4)$, $C(-2, 1)$ を通る直線だとわかる。

(3) ①点 P の x 座標を t とおく。

$\triangle OPC$ の底辺を直線 BC の切片、高さを点 P, 点 C の x 座標の差と考えて、

$$\triangle OPC = 2 \times \{t - (-2)\} \times \frac{1}{2} = t + 2$$

次に、直線 AB の式 $y = x$ に $x = -2$ を代入して、

$y = -2$ 。点 C の y 座標が 1 より、

$\triangle ABC$ の底辺をその y 座標の差、高さを点 A, 点 B の x 座標の差と考えて、

$$\triangle ABC = \{1 - (-2)\} \times \{4 - (-3)\} \times \frac{1}{2} = \frac{21}{2}$$

よって、 $\triangle OPC$ は $\triangle ABC$ の $\frac{1}{3}$ なので、

$$t + 2 = \frac{21}{2} \times \frac{1}{3}$$

$$t = \frac{3}{2}$$

点 P の y 座標は $y = \frac{1}{2}x + 2$ に $x = \frac{3}{2}$ を代入して、

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} + 2 = \frac{11}{4}$$

したがって、 $P(\frac{3}{2}, \frac{11}{4})$ である。

②点 Q の y 座標は $y = -\frac{1}{3}x^2$ に $x = \frac{3}{2}$ を代入して、

$$y = -\frac{1}{3} \times (\frac{3}{2})^2 = -\frac{3}{4}$$

よって、 $Q(\frac{3}{2}, -\frac{3}{4})$

また、直線 AB の式 $y = x$ に $x = \frac{3}{2}$ を代入して、

$$y = \frac{3}{2} \text{ となる。その座標を R とすると、} R(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$$

である。

$\triangle ABQ$ の底辺を RQ、高さを点 A, 点 B の x 座標の差と考えて、

$$\triangle ABQ = \left\{ \frac{3}{2} - \left(-\frac{3}{4}\right) \right\} \times \{4 - (-3)\} \times \frac{1}{2} = \frac{63}{8}$$

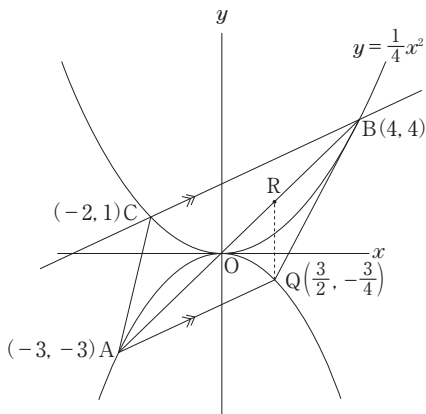
四角形 AQBC = $\triangle ABC + \triangle ABQ$

$$= \frac{21}{2} + \frac{63}{8} = \frac{147}{8}$$

$\triangle OPC$ は $\triangle ABC$ の $\frac{1}{3}$ なので、

$$\triangle OPC = \frac{21}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{7}{2}$$

よって、 $\frac{147}{8} \div \frac{7}{2} = \frac{21}{4}$ (倍)



P. 50

11<解答例>

(1) 12 (2) $a = \frac{1}{2}$

(3) $y = -\frac{1}{2}x + 6$ (4) $\left(-\frac{4}{3}, \frac{20}{3}\right)$

<考え方・解き方>

(1) $y = -x + 12$ に $y = 0$ を代入して, $x = 12$

(2) $y = -x + 12$ に $x = 4$ を代入して, $y = 8$

よって, $A(4, 8)$ 。これを $y = ax^2$ に代入して,
 $8 = 16a$

$a = \frac{1}{2}$

(3) 点 B は点 A と y 軸について対称な点なので,

$B(-4, 8)$

$B(-4, 8)$, $C(12, 0)$ より, 傾きは,

$\frac{0-8}{12-(-4)} = -\frac{1}{2}$

求める式を $y = -\frac{1}{2}x + b$ とおき, $(12, 0)$ を代入して,
 $b = 6$

したがって, $y = -\frac{1}{2}x + 6$

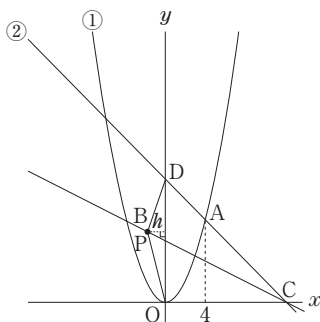
(4) $\triangle CDO$ の面積は,

$12 \times 12 \times \frac{1}{2} = 72$

$\triangle POC + \triangle PCD = 80$ になるときなので,

$\triangle CDO < (\triangle POC + \triangle PCD)$

つまり, 点 P は $x < 0$ の範囲になければならないので, 下図のようになる。



$\triangle PDO$ の高さを h とおく。 $\triangle PDO$ の面積を h を使って表すと,

$12 \times h \times \frac{1}{2} = 6h$

$\triangle POC + \triangle PCD = \triangle CDO + \triangle PDO = 80$ であればよいので,

$72 + 6h = 80$

これを解いて, $h = \frac{4}{3}$

よって, 点 P の x 座標は $-\frac{4}{3}$, これを $y = -\frac{1}{2}x + 6$

に代入して, $y = \frac{20}{3}$

したがって, $P(-\frac{4}{3}, \frac{20}{3})$

P. 50

12<解答例>

(1) $y = \frac{1}{4}x + 3$ (2) ア(8, 8) イ(4, 4)

(3) $\left(\frac{28}{5}, \frac{22}{5}\right)$

<考え方・解き方>

(1) $y = \frac{1}{8}x^2$ に $x = -4$ を代入して, $A(-4, 2)$

$y = \frac{1}{8}x^2$ に $x = 6$ を代入して, $B(6, \frac{9}{2})$

$A(-4, 2)$, $B(6, \frac{9}{2})$ を通る直線なので,

$y = \frac{1}{4}x + 3$

(2) 点 C の x 座標を m とする。これを $y = \frac{1}{8}x^2$ に代入

して, $C(m, \frac{1}{8}m^2)$

四角形 ODCE は正方形なので, $OD = OE$ より,

$m = \frac{1}{8}m^2$

これを解いて,

$m = 0, 8$

$m > 0$ より, $m = 8$ 。よって, $C(8, 8)$ …ア

正方形の面積を二等分するには, 二等分線が対角線の交点(中点)を通ればよい。

対角線の交点(中点)を M とする。

$C(8, 8)$, $O(0, 0)$ より, M の座標は,

$\left(\frac{8+0}{2}, \frac{8+0}{2}\right) = (4, 4)$ …イ

ここで, $y = \frac{1}{4}x + 3$ に $(4, 4)$ を代入すると,

$4 = 4$

等式が成り立つので, $y = \frac{1}{4}x + 3$ は M(4, 4) を通ることがわかる。

(3) 点 P の x 座標を t とおく。これを $y = \frac{1}{4}x + 3$ に代入

して, $P(t, \frac{1}{4}t + 3)$

$\triangle PCE = 8 \times \left\{ 8 - \left(\frac{1}{4}t + 3 \right) \right\} \times \frac{1}{2} = 20 - t$ …①

直線 AB と y 軸との交点を F とおくと、

$$\triangle OPA = \triangle OFA + \triangle OFP$$

$$= 3 \times 4 \times \frac{1}{2} + 3 \times t \times \frac{1}{2}$$

$$= 6 + \frac{3}{2}t \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より、

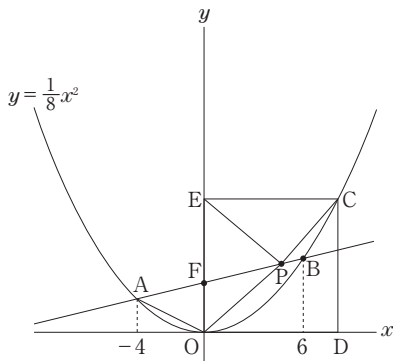
$$20 - t = 6 + \frac{3}{2}t$$

これを解いて、

$$t = \frac{28}{5}$$

点 P の y 座標は、 $\frac{1}{4} \times \frac{28}{5} + 3 = \frac{22}{5}$

よって、 $(\frac{28}{5}, \frac{22}{5})$



P. 51

13 <解答例>

(1) 1 (2) (4, 4) (3) $y = \frac{1}{2}x + 2$

(4) $(\frac{4}{3}, \frac{8}{3})$

<考え方・解き方>

(1) $y = \frac{1}{4}x^2$ に $x = -2$ を代入。 $y = \frac{1}{4} \times (-2)^2 = 1$ 。よって、点 A の y 座標は 1 となる。

(2) 点 B の y 座標は、点 A の y 座標より、3 だけ大きいので 4 となる。

よって、 $y = \frac{1}{4}x^2$ に $y = 4$ を代入して、

$$4 = \frac{1}{4}x^2$$

$$x^2 = 16$$

$$x = \pm 4$$

$$x > 0 \text{ より、}$$

$$x = 4$$

したがって、点 B の座標は、(4, 4) となる。

(3) A(-2, 1), B(4, 4) を通る直線の式を求める。

(4) 点 P の x 座標を t とすると、

$$P(t, \frac{1}{2}t + 2), Q(t, \frac{1}{4}t^2), R(t, 0) \text{ となる。}$$

$$\text{よって、} PQ = (\frac{1}{2}t + 2) - (\frac{1}{4}t^2) = \frac{1}{2}t + 2 - \frac{1}{4}t^2$$

$$QR = (\frac{1}{4}t^2) - (0) = \frac{1}{4}t^2$$

ここで、 $PQ : QR = 5 : 1$ より、

$$\frac{1}{2}t + 2 - \frac{1}{4}t^2 : \frac{1}{4}t^2 = 5 : 1$$

$$3t^2 - t - 4 = 0$$

$$t = -1, \frac{4}{3}$$

$t > 0$ なので、

$$t = \frac{4}{3}$$

したがって、点 P の座標は $(\frac{4}{3}, \frac{8}{3})$ となる。

P. 51

14 <解答例>

(1) $a = \frac{3}{4}$ (2) $y = \frac{3}{2}x + 6$

(3) ① $\frac{3}{2}$ ② 9 倍

<考え方・解き方>

(1) A の y 座標が 3 より、①の $y = -x + 1$ に $y = 3$ を代入すると、 $3 = -x + 1$ 、よって、 $x = -2$ 。よって、点 A の x 座標は -2 となる。 $x = -2$, $y = 3$ を⑦の $y = ax^2$ に代入して、 $3 = a \times (-2)^2$ より、 $a = \frac{3}{4}$ となる。

(2) A(-2, 3), C(4, 12) を通る直線の式を求める。

(3) ① 点 P の x 座標を t とすると、

$$P(t, \frac{3}{4}t^2), Q(t, \frac{3}{2}t + 6), R(t, -t + 1) \text{ となる。}$$

$$\text{よって、} PQ = (\frac{3}{2}t + 6) - (\frac{3}{4}t^2) = \frac{3}{2}t + 6 - \frac{3}{4}t^2 \cdots \textcircled{1}$$

$$PR = (\frac{3}{4}t^2) - (-t + 1) = \frac{3}{4}t^2 + t - 1 \cdots \textcircled{2}$$

ここで、 $PQ : PR = 3 : 1$ と①, ②より、

$$\frac{3}{2}t + 6 - \frac{3}{4}t^2 : \frac{3}{4}t^2 + t - 1 = 3 : 1$$

$$2t^2 + t - 6 = 0$$

$$t = -2, \frac{3}{2}$$

$$\frac{2}{3} < t < 4 \text{ なので、}$$

$$t = \frac{3}{2}$$

したがって、点 P の x 座標は $\frac{3}{2}$ となる。

② ①より、 $P(\frac{3}{2}, \frac{27}{16}), Q(\frac{3}{2}, \frac{33}{4}), R(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$ となる。

条件より、 $PQ : PR = 3 : 1$ 。

$$\text{また、} AB : BR = \frac{8}{3} : \frac{3}{2} - \frac{2}{3} = 16 : 5,$$

$$AQ : QC = \frac{3}{2} - (-2) : 4 - \frac{3}{2} = 7 : 5 \text{ となる。}$$

ここで、 $\triangle ABP = 16a$ とすると、 $\triangle APR = 21a$ となり、 $\triangle AQR = 84a$ と表せる。さらに、 $\triangle ARC = 84a \times \frac{12}{7} = 144a$ と表せるので、 $144a \div 16a = 9$ (倍) となる。

15 <解答例>

(1) 8 (2) 4 (3) $y = -\frac{1}{2}x + 4$

(4) $(\frac{8}{3}, -\frac{8}{3})$

<考え方・解き方>

(1) $y = \frac{1}{8}x^2$ に $x = -8$ を代入して, $y = \frac{1}{8} \times (-8)^2 = 8$.

よって, 点 A の y 座標は 8 となる。

(2) $y = \frac{1}{8}x^2$ に $y = 2$ を代入して,

$$2 = \frac{1}{8}x^2$$

$$x^2 = 16$$

$$x = \pm 4$$

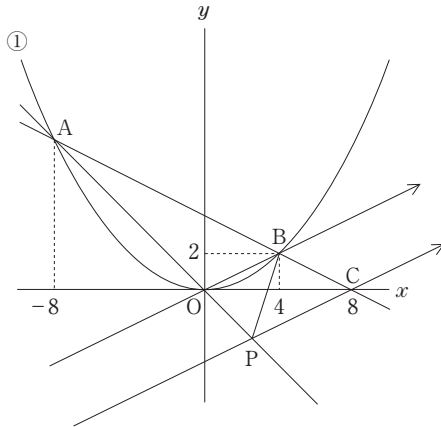
$$x > 0 \text{ より,}$$

$$x = 4$$

したがって, 点 B の x 座標は 4 となる。

(3) A(-8, 8), B(4, 2) を通る直線の式を求める。

(4) $\triangle PAB = \triangle OAC$ より, 重なっている部分の $\triangle OAB$ をのぞいて, 次の図のように $\triangle OBP = \triangle OBC$ となる。よって, $OB \parallel PC$ となればよい。

直線 OB の式は $y = ax$ に B(4, 2) を代入して,

$$y = \frac{1}{2}x$$

直線 AB の式に C の $y = 0$ を代入して,

$$0 = -\frac{1}{2}x + 4$$

$$x = 8$$

したがって, C(8, 0) となる。

$OB \parallel PC$ より, 直線 PC の式を $y = \frac{1}{2}x + b$ とおき,

C(8, 0) を代入して,

$$0 = \frac{1}{2} \times 8 + b$$

$$b = -4$$

よって, $y = \frac{1}{2}x - 4$

直線 OA の式は $y = ax$ に A(-8, 8) を代入して,

$$y = -x$$

点 P の座標は, 直線 PC と直線 OA の交点なので,

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x - 4 \\ y = -x \end{cases}$$

これを解くと,

$$x = \frac{8}{3}, y = -\frac{8}{3}$$

したがって, 点 P の座標は $(\frac{8}{3}, -\frac{8}{3})$ となる。

16 <解答例>

(1) $a = \frac{1}{4}$ (2) $y = 4x - 12$

(3) ① $\frac{1}{2}t + 2$ ② $t = \frac{4}{3}, 2$

<考え方・解き方>

(1) $y = ax^2$ に A(4, 4) を代入して,

$$4 = a \times 4^2$$

$$a = \frac{1}{4}$$

(2) B の x 座標が -2 より, C の x 座標が 2 とわかる。

④ $y = -x^2$ に $x = 2$ を代入すると,

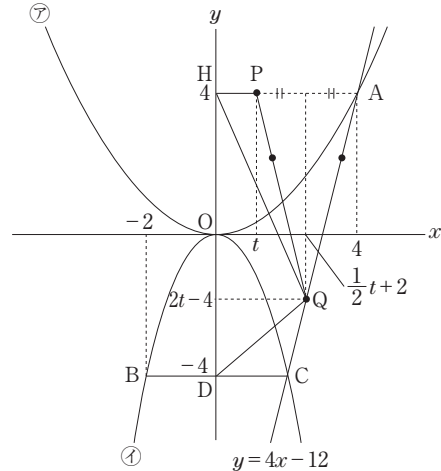
$$y = -2^2 = -4$$

よって, C(2, -4) となる。

したがって,

A(4, 4), C(2, -4) を通る直線の式を求める。

(3) 下図参照。



① $QA = QP$ より, 点 Q の x 座標は,

点 P と点 A の x 座標の中点となる。

P(t, 4), A(4, 4) より,

点 Q の x 座標は, $\frac{t+4}{2} = \frac{1}{2}t + 2$ となる。

② 直線 AC の $y = 4x - 12$ に $x = \frac{1}{2}t + 2$ を代入して,

$$y = 4(\frac{1}{2}t + 2) - 12$$

$$y = 2t - 4$$

よって, Q($\frac{1}{2}t + 2, 2t - 4$) となる。

$\triangle QHD = \triangle PHQ \times 3$ より,

$$\frac{1}{2} \times 8 \times (\frac{1}{2}t + 2) = \frac{1}{2} \times t \times \{4 - (2t - 4)\} \times 3$$

$$3t^2 - 10t + 8 = 0$$

$$t = \frac{4}{3}, 2 \text{ となる。}$$

P. 53

17 <解答例>

$$(1) a = 2 \quad (2) 2$$

$$(3) y = 2x + 4 \quad (4) \left(\frac{3}{4}, \frac{11}{2} \right)$$

<考え方・解き方>

(1) $y = ax^2$ に $A(-1, 2)$ を代入して、

$$2 = a \times (-1)^2$$

$$a = 2$$

(2) ①より、①の関数は、 $y = 2x^2$ と表すことができる。

$$y = 8 \text{ を代入して、}$$

$$8 = 2x^2$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

$$x > 0 \text{ より、}$$

$$x = 2$$

したがって、点Bの x 座標は2となる。

(3) $A(-1, 2)$ 、 $B(2, 8)$ を通る直線の式を求める。

(4) $\triangle OPC = \triangle AOB \times \frac{1}{4}$ より、

$$AB : CP = 4 : 1 \text{ となる。}$$

よって、平行線と線分の比の関係から、

Pの x 座標は、

$$x = \{2 - (-1)\} \times \frac{1}{4}$$

$$= 3 \times \frac{1}{4}$$

$$= \frac{3}{4}$$

直線ABの式に $x = \frac{3}{4}$ を代入して、

$$y = 2 \times \frac{3}{4} + 4$$

$$= \frac{11}{2}$$

したがって、点Pの座標は $(\frac{3}{4}, \frac{11}{2})$ となる。

P. 53

18 <解答例>

$$(1) a = \frac{1}{2} \quad (2) y = \frac{6}{5}x + \frac{16}{5}$$

$$(3) \textcircled{1} \frac{4}{3} \quad \textcircled{2} (-\frac{2}{3}, \frac{12}{5})$$

<考え方・解き方>

(1) $y = 2x^2$ に $x = 1$ を代入して、

$$y = 2 \times 1^2$$

$$y = 2$$

よって、 $A(1, 2)$ となる。

直線OAの式は、 $y = ax$ に $A(1, 2)$ を代入して、

$$y = 2x$$

直線OAの式に $x = 4$ を代入して、

$$y = 2 \times 4$$

$$y = 8$$

よって、 $B(4, 8)$ となる。

$y = ax^2$ に $B(4, 8)$ を代入して、

$$8 = a \times 4^2$$

$$a = \frac{1}{2}$$

(2) $y = 2x^2$ に $x = -1$ を代入して、

$$y = 2 \times (-1)^2$$

$$y = 2$$

よって、 $C(-1, 2)$ となる。

したがって、

$B(4, 8)$ 、 $C(-1, 2)$ を通る直線の式を求める。

(3) ①点Pの x 座標を t とすると、

$$P(t, \frac{1}{2}t^2), Q(t, 0), R(t, 2t^2) \text{ となる。}$$

$$\text{よって、} PR = 2t^2 - \frac{1}{2}t^2 = \frac{3}{2}t^2$$

$$QD = 4 - t$$

ここで、 $PR = QD$ より、

$$\frac{3}{2}t^2 = 4 - t$$

$$3t^2 + 2t - 8 = 0$$

$$t = -2, \frac{4}{3}$$

$0 < t < 4$ なので、

$$t = \frac{4}{3}$$

したがって、点Pの x 座標は、 $\frac{4}{3}$ となる。

② $\triangle SPR = \triangle SQD \times \frac{5}{6}$ より、

$$\triangle SPR : \triangle SQD = 5 : 6$$

それぞれの三角形の底辺を PR 、 QD と考えると、

$PR = QD$ より、高さの比が $5 : 6$ となればよい。

ここで、点Sの x 座標を m とすると、

直線BCの $y = \frac{6}{5}x + \frac{16}{5}$ に $x = m$ を代入して、

$$y = \frac{6}{5}m + \frac{16}{5}$$

よって、 $S(m, \frac{6}{5}m + \frac{16}{5})$ となる。

高さの比が $5 : 6$ より、

$$(\frac{4}{3} - m) : (\frac{6}{5}m + \frac{16}{5}) = 5 : 6$$

$$m = -\frac{2}{3}$$

点Sの y 座標は、 $\frac{6}{5}m + \frac{16}{5}$ に、 $m = -\frac{2}{3}$ を代入して、

$$\frac{6}{5} \times (-\frac{2}{3}) + \frac{16}{5} = \frac{12}{5}$$

したがって、点Sの座標は、 $(-\frac{2}{3}, \frac{12}{5})$ となる。

P. 54

19 <解答例>

$$(1) 4 \quad (2) -6$$

$$(3) y = -\frac{1}{2}x + 6 \quad (4) \left(3, \frac{9}{4} \right)$$

<考え方・解き方>

(1) $y = \frac{1}{4}x^2$ に $x=4$ を代入して,

$$y = \frac{1}{4} \times 4^2 = 4$$

したがって、点Aの y 座標は4となる。

(2) $y = \frac{1}{4}x^2$ に $y=9$ を代入して,

$$9 = \frac{1}{4} \times x^2$$

$$x^2 = 36$$

$$x < 0 \text{ より,}$$

$$x = -6$$

したがって、点Bの x 座標は-6となる。

(3) A(4, 4), B(-6, 9)を通る直線の式を求める。

(4) 点Pの x 座標を t とすると,

$$P(t, \frac{1}{4}t^2), Q(t, -\frac{1}{2}t+6), R(t, 0) \text{ となる。}$$

よって,

$$QP = -\frac{1}{2}t + 6 - \frac{1}{4}t^2$$

$$PR = \frac{1}{4}t^2$$

ここで、 $QP=PR$ より,

$$-\frac{1}{2}t + 6 - \frac{1}{4}t^2 = \frac{1}{4}t^2$$

$$t^2 + t - 12 = 0$$

$$t = -4, 3$$

$$t > 0 \text{ より, } t = 3$$

したがって、点Pの座標は $(3, \frac{9}{4})$ となる。

よって、 $C(-4, 0)$ 。

したがって、B(8, 16), C(-4, 0)を通る直線の式を求める。

(3) ① $y = \frac{1}{4}x^2$ に $x=t$ を代入して, $y = \frac{1}{4}t^2$ より,

$$P(t, \frac{1}{4}t^2) \text{ となる。}$$

ここで、直線BC上に点Pと同じ x 座標をもつ点

Qをとる。 $y = \frac{4}{3}x + \frac{16}{3}$ に $x=t$ を代入して,

$$y = \frac{4}{3}t + \frac{16}{3} \text{ より, } Q(t, \frac{4}{3}t + \frac{16}{3}) \text{ となる。}$$

よって、 $\triangle BCP = \triangle BPQ + \triangle CPQ$ より,

$$\triangle BCP = \frac{1}{2} \times (\frac{4}{3}t + \frac{16}{3} - \frac{1}{4}t^2) \times (8-t) + \frac{1}{2} \times (\frac{4}{3}t$$

$$+ \frac{16}{3} - \frac{1}{4}t^2) \times \{t - (-4)\}$$

$$= -\frac{3}{2}t^2 + 8t + 32 \text{ となる。}$$

$$\textcircled{2} \triangle PCD = \frac{1}{2} \times \{8 - (-4)\} \times \frac{1}{4}t^2$$

$$= \frac{3}{2}t^2$$

$$\triangle BCP = \frac{1}{3} \times \triangle PCD \text{ より,}$$

$$-\frac{3}{2}t^2 + 8t + 32 = \frac{1}{3} \times \frac{3}{2}t^2$$

$$4 \leq t \leq 8 \text{ より,}$$

$$t = 2 + 2\sqrt{5} \text{ となる。}$$

P. 54

20 <解答例>

(1) $a = \frac{1}{4}$ (2) $y = \frac{4}{3}x + \frac{16}{3}$

(3) ① $-\frac{3}{2}t^2 + 8t + 32$ ② $t = 2 + 2\sqrt{5}$

<考え方・解き方>

(1) $y = \frac{1}{2}x + 2$ に $x=4$ を代入して,

$$y = \frac{1}{2} \times 4 + 2$$

$$y = 4$$

よって、A(4, 4)。これを $y = ax^2$ に代入して,

$$4 = a \times 4^2$$

$$a = \frac{1}{4}$$

(2) $y = \frac{1}{4}x^2$ に $x=8$ を代入して,

$$y = \frac{1}{4} \times 8^2$$

$$y = 16$$

よって、B(8, 16)となる。

また、 $y = \frac{1}{2}x + 2$ に $y=0$ を代入して,

$$0 = \frac{1}{2}x + 2$$

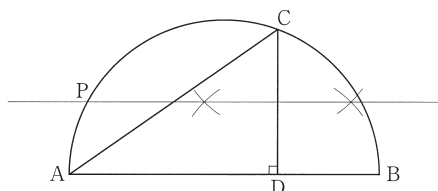
$$x = -4$$

第5講座 平面図形

P. 55

1

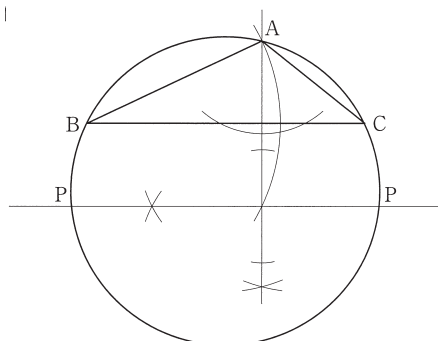
(1)<解答例>



<考え方・解き方>

$\triangle ADC$ の面積を半分にするには、高さを半分にするばよいので、線分 CD の垂直二等分線と $\widehat{AC}$ との交点が点 P である。

(2)<解答例>

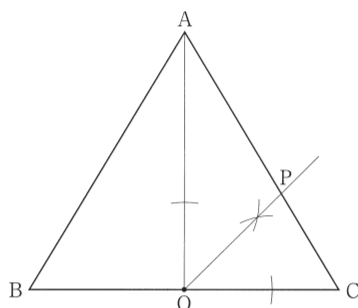


<考え方・解き方>

作図の手順は以下の通り。

- ①点 A を通る BC の垂線を作図し、 BC との交点を O とする。
- ②中心を O 、半径を OA とする円弧をかき、 BC の垂線との交点を Q とする。
- ③点 Q を通る半直線 OA の垂線にかく。半直線 OA の垂線と円との交点が点 P である。

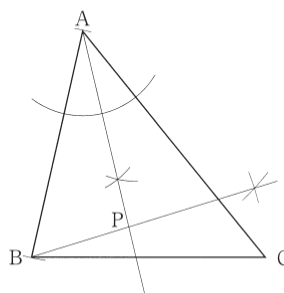
(3)<解答例>



<考え方・解き方>

$AB=AC$ の二等辺三角形 ABC で辺 BC の中点 O と A を結ぶと $\angle AOC=90^\circ$ となるので、 $\angle AOC$ の二等分線と辺 AC の交点が点 P である。

(4)<解答例>

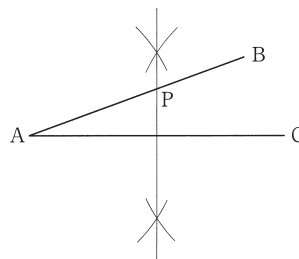


<考え方・解き方>

作図の手順は以下の通り。

- ① $\angle BAP=\angle CAP$ なので、点 P は $\angle BAC$ の二等分線上にある。よって、 $\angle BAC$ の二等分線を作図する。
- ② $\angle PBA=60^\circ$ なので、線分 AB を1辺とする正三角形を作図する。
- ③①と②の交点が点 P となる。

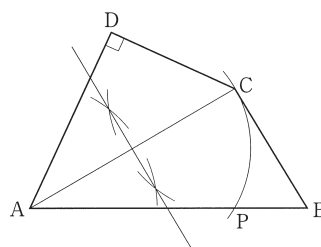
(5)<解答例>



<考え方・解き方>

$\angle PAC=\angle PCA$ より、二等辺三角形 PAC を作図する。二等辺三角形の頂角の二等分線は、底辺を垂直に2等分するので、線分 AC の垂直二等分線と線分 AB の交点が点 P である。

(6)<解答例>

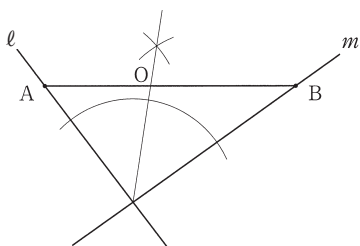


<考え方・解き方>

$\widehat{AD}$ の円周角より、 $\angle APD=\angle ACD$ となればよい。よって、点 P は3点 A, C, D を通る円と辺 AB の交点となる。したがって、作図の手順は以下の通り。

- ①線分 AC の垂直二等分線を作図し、3点 A, C, D を通る円の中心を求める。
- ②①で求めた円の中心から点 C までの長さを半径とする、 C を通る円弧を作図する。
- ③②と辺 AB の交点が点 P となる。

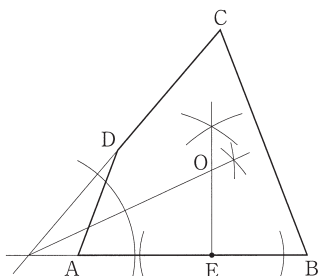
(7)＜解答例＞



＜考え方・解き方＞

直線 l , m に接するので、2つの直線がつくる角の二等分線を作図し、線分 AB との交点が中心 O である。

(8)＜解答例＞

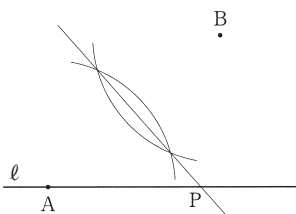


＜考え方・解き方＞

作図の手順は以下の通り。

- ①点 E で辺 AB に接するので、点 E を通る辺 AB への垂線を作図する。
- ②辺 AB と辺 CD に接するので、この2辺を延長してできた角の二等分線を作図する。
- ③①と②の交点が中心 O である。

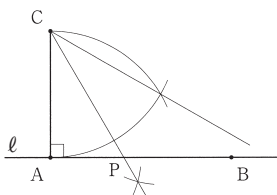
(9)＜解答例＞



＜考え方・解き方＞

点 P は、2点 A , B から等しい距離にあるので、線分 AB の垂直二等分線を作図する。よって、線分 AB の垂直二等分線と直線 l の交点が点 P となる。

(10)＜解答例＞



＜考え方・解き方＞

$\angle ACP = 30^\circ$ の直角三角形 ACP を作図すれば、 $\angle APC = 60^\circ$ となるので、 $\angle CPB = 120^\circ$ となる。よって、作図の手順は以下の通り。

- ①線分 AC を1辺とする正三角形を作図する。
- ②頂点 C の角の二等分線を作図する。
- ③②と直線 l の交点が点 P である。

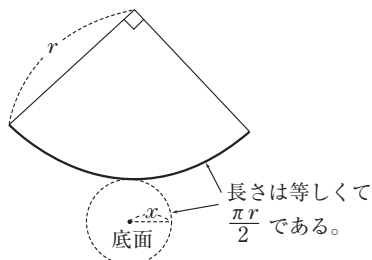
P. 58

2＜解答例＞

- (1) $\frac{\pi r^2}{16}$ (2) 144° (3) $3\pi \text{ cm}$ (4) $y = \frac{720}{x}$

＜考え方・解き方＞

(1)



おうぎ形の弧の長さは半径が r 、中心角が 90° だから、 $2\pi r \times \frac{90^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi r}{2}$ である。ここで、おうぎ形の弧の長さと、底面の円の円周とは等しいから、底面の円周は $\frac{\pi r}{2}$ である。この円の半径を x とすると、円周の長さの関係より、

$$2\pi x = \frac{\pi r}{2}$$

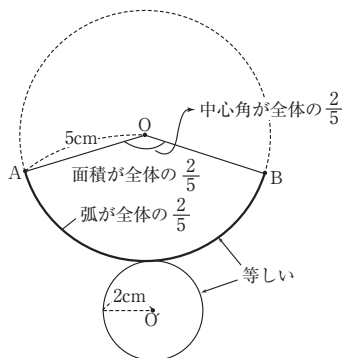
$$x = \frac{r}{4}$$

よって、円の面積は $\frac{r}{4} \times \frac{r}{4} \times \pi = \frac{\pi r^2}{16}$ である。

- (2)円 O の円周は 10π 、 $\widehat{AB}$ の長さは円 O の円周と等しいので 4π である。よって、 $\widehat{AB}$ の長さは全体の円周の $\frac{4\pi}{10\pi} = \frac{2}{5}$ である。よって、おうぎ形の面積は全体の円 O の面積の $\frac{2}{5}$ 、中心角は全体の 360° の $\frac{2}{5}$ である。よって、

$$\text{中心角} = 360 \times \frac{2}{5}$$

$$= 144^\circ$$



(3) 弧の長さ = 円周 $\times \frac{108^\circ}{360^\circ}$ より,

$$(2 \times 5 \times \pi) \times \frac{108^\circ}{360^\circ} = 10\pi \times \frac{3}{10} = 3\pi \text{ (cm)}$$

(4) $\widehat{AB}$ の長さは円 P の周と等しいから,

$$\widehat{AB} = 2 \times 2 \times \pi = 4\pi \dots \textcircled{1}$$

ここで、おうぎ形の弧の長さを求める公式を利用して,

$$\widehat{AB} = 2 \times x \times \pi \times \frac{y}{360} \dots \textcircled{2}$$

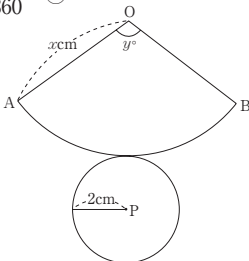
①, ②より,

$$2\pi x \times \frac{y}{360} = 4\pi$$

$$\frac{xy}{360} = 2$$

$$xy = 720$$

$$y = \frac{720}{x}$$



P. 58

3 <解答例>

(1) $a+b$ (2) $\frac{3}{2}$ 倍 (3) 59°

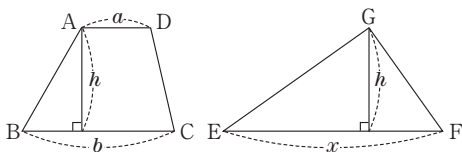
(4) イ, エ (5) $\frac{360^\circ}{n}$ (6) 41°

(7) $n=18$ (8) ① $\times$ ② $\circ$ ③ $\times$

(9) 98° (10) $a=8-\frac{4}{3}b$

<考え方・解き方>

(1)



2つの多角形の高さをともに h , $EF=x$ とすると, 台形 $ABCD = \triangle GEF$ より,

$$(a+b) \times h \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times x \times h$$

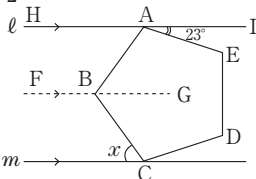
$$(a+b) \times h = x \times h$$

$$a+b=x$$

よって, $\triangle GEF$ の底辺 EF の長さは $a+b$ で表される。

(2) もとの台形の上底の長さを $2a$, 下底の長さを $4a$, 高さを h とおくと, 面積は $(2a+4a) \times h \times \frac{1}{2} = 3ah$ となる。また, 上底の長さを半分に, 下底の長さを 2 倍にしてできる台形の面積は $(a+8a) \times h \times \frac{1}{2} = \frac{9}{2}ah$ なので $\frac{9}{2}ah \div 3ah = \frac{3}{2}$ (倍) になっている。

(3)



上図のように点 B を通り, 直線 l , m に平行な直線 FG を引くと,

$$\angle BAE = 108^\circ$$

$$\angle BAI = 108 + 23 = 131^\circ$$

$$\angle ABF = \angle BAI = 131^\circ$$

よって, $\angle ABG = 180 - 131 = 49^\circ$ となる。よって,

$$\angle GBC = 108 - 49 = 59^\circ \text{ となり,}$$

$$\angle x = \angle GBC = 59^\circ \text{ である。}$$

(4) ア～オのそれぞれの逆は次のようになる。

ア $x > 6$ ならば, $x = 7$ である。

イ 自然数 n が 2 でも 3 でもわりきれぬならば, n は 6 の倍数である。

ウ $\triangle ABC$ において, $\angle B = 60^\circ$ ならば, $AB = BC = CA$ である。

エ 四角形が平行四辺形ならば, 対角線がそれぞれの中点で交わる。

オ $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ において, $\triangle ABC = \triangle DEF$ ならば, $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ である。

(5) 正多角形の外角の和は常に 360° であるから, 正 n 角形の 1 つの外角の大きさは,

$$360 \div n = \frac{360}{n}$$

(6) $\triangle BDE$ は, 頂角 $\angle DBE$ が 38° の二等辺三角形だから,

$$\angle BDE = (180 - 38) \div 2 = 71^\circ \dots \textcircled{1}$$

$\triangle BCD$ で, $\angle BCD = \angle BAD = 112^\circ$, $\angle DBC = 38^\circ$ より,

$$\angle BDC = 180 - (38 + 112) = 30^\circ \dots \textcircled{2}$$

①, ②より,

$$\angle EDC = \angle BDE - \angle BDC$$

$$= 71 - 30$$

$$= 41^\circ$$

(7) 1 つの外角は,

$$180 - 160 = 20^\circ \text{ で,}$$

外角の和は 360° だから,

$$360 \div 20 = 18^\circ$$

よって, 正 18 角形なので, $n = 18$ となる。

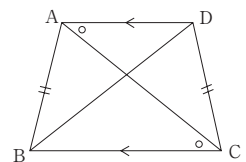
(8) ① $\angle DAC = \angle BCA$ より,

$AD \parallel BC$ となるが,

$AB = DC$ の条件では

右図のような等脚台

形も考えられる。



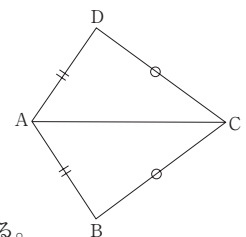
② 条件の式は, 「対角線

が, それぞれの中点で

交わる。」という平行

四角形の成立条件に

おきかえられる。



③ $\triangle BAC \equiv \triangle DAC$ であ

れば, 右図のような線

対称な図形も考えられる。

(9) 折り返しの図なので,

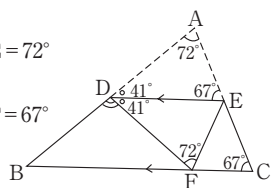
$$\angle DAE = \angle DFE = 72^\circ$$

$DE \parallel BC$ より,

$$\angle AED = \angle ECF = 67^\circ$$

$\triangle ADE$ で,

$$\angle ADE = 180 - (72 + 67)$$



$$=41^{\circ}$$

よって、 $\angle FDE$ も 41° なので、

$$\begin{aligned}\angle BDF &= 180 - 41 \times 2 \\ &= 98^{\circ}\end{aligned}$$

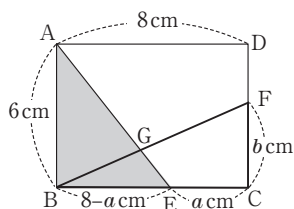
- (10) $\triangle ABE = \triangle ABG + \triangle BEG$, $\triangle BCF = \text{四角形 } ECFG + \triangle BEG$ より、 $\triangle ABE$ と $\triangle BCF$ の面積が等しい。

よって、

$$\triangle ABE = \triangle BCF$$

$$\frac{1}{2} \times 6 \times (8-a) = \frac{1}{2} \times 8 \times b$$

これを a について解くと、 $a = 8 - \frac{4}{3}b$



P. 60

4 <解答例>

- (1) 6 cm (2) ①ウ ②イ

<考え方・解き方>

- (1) 右図のような三角形において、

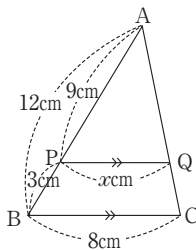
$PQ \parallel BC$ より、

$$AP : AB = PQ : BC$$

$$9 : 12 = x : 8$$

$$x = 6$$

よって、 $PQ = 6$ (cm)



- (2) ①四角形 GHFP, FJBP

はともに平行四辺形

だから、

$$GF = HP$$

$$FJ = PB$$

また、

$$\angle GFI = \angle IPB$$

$$= 90^{\circ}$$

よって、 $\triangle GFI \cong \triangle HPB$ なので、

$$\triangle GFJ = \triangle HPB \cdots \textcircled{1}$$

ここで、

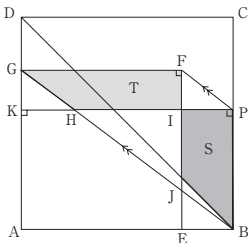
$$\text{台形 } GHIF = \triangle GFJ - \triangle HIJ \cdots \textcircled{2}$$

$$\text{台形 } LJBP = \triangle HPB - \triangle HIJ \cdots \textcircled{3}$$

- ①, ②, ③より、

$$\text{台形 } GHIF = \text{台形 } LJBP$$

台形 $GHIF = T$, 台形 $LJBP > S$ だから、 S は T より小さい。



- ② 直角三角形 GAQ で、三平方の定理の原理を利用すると、

$$ア = イ + ウ \cdots \textcircled{1}$$

$AB = GQ$ より、

正方形

ABCD

$$= ア \cdots \textcircled{2}$$

また、

正方形 AEFG

$$= イ \cdots \textcircled{3}$$

正方形 AQHR

$$= ウ \cdots \textcircled{4}$$

ここで、②, ③, ④より、

$$T = \text{正方形 } ABCD - \text{正方形 } AEFG = ア - イ$$

$$S = \text{正方形 } AQHR = ウ$$

よって、

$$T - S = (ア - イ) - ウ \cdots \textcircled{5}$$

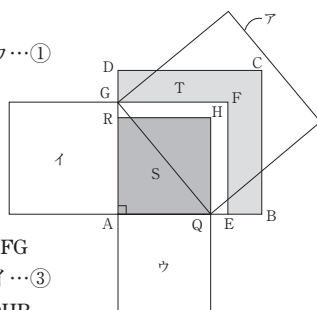
- ①, ⑤より、

$$T - S = ア - イ - ウ$$

$$= (イ + ウ) - イ - ウ$$

$$= 0$$

よって、 $T = S$ である。



P.61

5 <解答例>

- (1) 38° (2) 58° (3) 117° (4) 115° (5) 29°
(6) 41° (7) 55° (8) 17° (9) 80° (10) 27°

<考え方・解き方>

- (1) 円の半径 OE が、弦 AC を二等分しているの、
OE と AC は垂直に交わっている。よって、 $\angle ADO = 90^{\circ}$ である。条件より、 $\angle OAD = 14^{\circ}$ であるから、

$$\angle AOD = 180 - 90 - 14$$

$$= 76^{\circ}$$

ここで、円周角の定理より、

$$\angle ABE = \frac{1}{2} \angle AOD$$

$$= \frac{1}{2} \times 76$$

$$= 38^{\circ}$$

- (2) $AB \parallel OC$ より、錯角が等しいので、

$$\angle ABD = \angle BOC$$

$$= 64^{\circ}$$

BC を弧とする円周角は、

$$\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC$$

$$= \frac{1}{2} \times 64$$

$$= 32^{\circ}$$

線分 BD が直径なので、 $\angle BAD = 90^{\circ}$ だから、

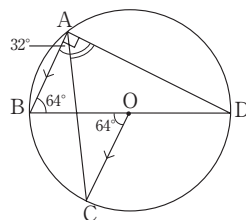
$$\angle DAC = \angle BAD - \angle BAC$$

$$= 90 - 32$$

$$= 58^{\circ}$$

- (3) 点 B, D を結ぶと、円周角の定理より、

$$\angle BDC = \frac{1}{2} \angle BOC$$



$$= \frac{1}{2} \times 54$$

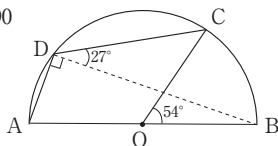
$$= 27^\circ$$

また、 $\angle ADB = 90^\circ$ だから、

$$\angle CDA = \angle BDC + \angle ADB$$

$$= 27 + 90$$

$$= 117^\circ$$



(4) $\angle BOC = 180 - \angle COD$ より、

$$\angle BOC = 180 - 36$$

$$= 144^\circ$$

円周角の定理より、

$$\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC$$

$$= \frac{1}{2} \times 144$$

$$= 72^\circ$$

$\triangle ABE$ の外角だから、

$$\angle AED = \angle ABE + \angle BAE$$

$$= 43 + 72$$

$$= 115^\circ$$

(5) $\triangle OBD$ は二等辺三角形なので、

$$\angle OBD = 28^\circ$$

$BD \parallel CO$ より、

$$\angle BOC = \angle OBD = 28^\circ$$

$\widehat{BC}$ がつくる円周角だから、

$$\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC = 14^\circ$$

$BD \parallel CO$ より、

$$\angle AED = \angle ACO = 43^\circ$$

$\triangle ABE$ で外角の性質より、 $\angle ABD = 43 - 14 = 29^\circ$

(6) $\triangle OCD$ は $OD = OC$ の二等辺三角形であるが、条件より、 $OC = CD$ でもあるので、正三角形である。

よって、

$$\angle ODC = 60^\circ$$

円周角の定理より、

$$\angle BDC = \frac{1}{2} \angle BOC = 19^\circ$$

よって、

$$\angle BDO = 60 - 19 = 41^\circ$$

(7) $\angle AEB = 90^\circ$ だから、

$$\angle BED = 108 - 90$$

$$= 18^\circ$$

$\widehat{BD}$ の円周角だから、

$$\angle BCD = \angle BED = 18^\circ \quad \text{--- ①}$$

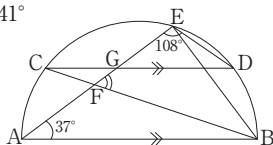
$CG \parallel AB$ より、錯角は等しいので、

$$\angle CGF = \angle BAF = 37^\circ \quad \text{--- ②}$$

$\angle BFE$ は $\triangle CFG$ の外角だから、①、②より、

$$\angle BFE = 18 + 37$$

$$= 55^\circ$$



(8) $\angle ACB = 90^\circ$ で、

$DC = BC$ だから、

$\triangle CDB$ は直角二等辺三角形

よって、

$$\angle CDB = 45^\circ$$

$\widehat{BC}$ に対する円周角だから、

$$\angle CEB = \angle CAB$$

$$= 28^\circ$$

$\triangle CED$ の外角だから、

$$\angle DCE + 28 = 45$$

$$\angle DCE = 17^\circ$$

(9) 点 O と 2 点 C, D を結ぶと、 $OA = OC$ より、 $\triangle OAC$

は二等辺三角形となるので、 $\angle OAC = \angle OCA = 70^\circ$

よって、 $\angle OCE = 110^\circ$ 、 $\angle AOC = 40^\circ$ となる。

ここで、 $\widehat{AC} : \widehat{CD} = 1 : 2$ より、 $\angle AOC : \angle COD = 1 : 2$ となる。

したがって、 $\angle COD = \angle AOC \times 2 = 40 \times 2 = 80^\circ$

また、接線 DE と円の半径 OD は垂直に交わるので、

$$\angle ODE = 90^\circ$$

四角形 ODEC の内角の和は 360° より、

$$\angle CED = 360 - \angle COD - \angle ODE - \angle OCE$$

$$= 360 - 80 - 90 - 110$$

$$= 80^\circ$$

(10) $\triangle ABC$, $\triangle OAB$ は二等辺三角形なので、

$$\angle CAB = (180 - 54) \div 2$$

$$= 63^\circ$$

$$\angle OAB = (180 - 140) \div 2$$

$$= 20^\circ$$

円周角の定理より、

$$\angle ADB = \frac{1}{2} \angle AOB$$

$$= \frac{1}{2} \times 140$$

$$= 70^\circ$$

$\triangle ACD$ の外角だから、

$$\angle CAD + 54 = 70$$

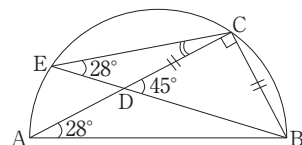
$$\angle CAD = 16^\circ$$

よって、

$$\angle OAD = \angle CAB - \angle CAD - \angle OAB$$

$$= 63 - 16 - 20$$

$$= 27^\circ$$



P. 64

[6] <解答例>

(1) $\triangle AFC$ と $\triangle BED$ において、

$\angle FAC$ と $\angle EBD$ は、 $\widehat{CE}$ に対する円周角だから、

$$\angle FAC = \angle EBD \quad \text{--- ①}$$

AB は、半円の直径だから、

$$\angle ACF = 90^\circ \quad \text{--- ②}$$

一方、 $OD \perp BC$ だから、

$$\angle BDE = 90^\circ \quad \text{--- ③}$$

②、③より、

$$\angle ACF = \angle BDE \quad \text{--- ④}$$

①, ④より, 2組の角がそれぞれ等しいから,

$$\triangle AFC \sim \triangle BED$$

(2) ① 2cm ② $3\sqrt{5}$ cm

<考え方・解き方>

(2) ① DB = DC だから,

$$DB = 4$$

OB = 5だから,

$\triangle DOB$ で,

$$DO^2 + 4^2 = 5^2$$

$$DO = 3$$

OE = 5だから,

$$DE = 5 - 3$$

$$= 2(\text{cm})$$

② $\triangle ABC$ で,

$$AC^2 + 8^2 = 10^2$$

$$AC = 6$$

$\triangle EDB$ で,

$$EB^2 = 2^2 + 4^2$$

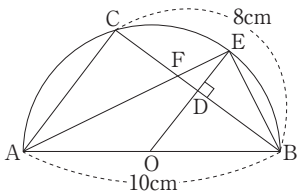
$$EB = 2\sqrt{5}$$

よって, (1)より,

$$AC : BD = AF : BE$$

$$6 : 4 = AF : 2\sqrt{5}$$

$$AF = 3\sqrt{5}(\text{cm})$$

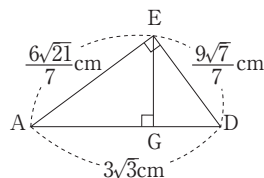


<考え方・解き方>

$\triangle ADE$, $\triangle AGE$,

$\triangle DGE$ はすべて

相似である。



(3) $\triangle ABC$ で,

$$AC^2 + 6^2 = 12^2$$

$$AC = 6\sqrt{3}$$

よって, $CD = 3\sqrt{3}$ なので, $\triangle BCD$ で,

$$DB^2 = (3\sqrt{3})^2 + 6^2$$

$$DB = 3\sqrt{7}$$

$AD = 3\sqrt{3}$ だから, $\triangle ADE \sim \triangle BDC$ より,

$$AE = \frac{6\sqrt{21}}{7}, \quad ED = \frac{9\sqrt{7}}{7}$$

よって, $\triangle AED \sim \triangle AGE$ より,

$$AG = \frac{12\sqrt{3}}{7}$$

$GF \parallel CB$ だから,

$$AG : AC = GF : BC$$

$$\frac{12\sqrt{3}}{7} : 6\sqrt{3} = GF : 6$$

$$GF = \frac{12}{7}(\text{cm})$$

P. 64

7 <解答例>

(1) (a) $\triangle EDG$ (b) $\triangle AEG$ (逆でも可)

(2) 選択した三角形が $\triangle EDG$ のとき

証明 $\triangle ADE$ と $\triangle EDG$ において,

2つの三角形に共通な角だから,

$$\angle ADE = \angle EDG \quad \dots\dots\dots ①$$

ABは半円の直径だから,

$$\angle AED = \angle ACB = 90^\circ \quad \dots\dots\dots ②$$

一方, $EF \parallel CB$ だから,

$$\angle EGD = \angle ACB \quad \dots\dots\dots ③$$

②, ③より, $\angle AED = \angle EGD \quad \dots\dots\dots ④$

①, ④より, 2組の角がそれぞれ等しいから,

$$\triangle ADE \sim \triangle EDG$$

選択した三角形が $\triangle AEG$ のとき

証明 $\triangle ADE$ と $\triangle AEG$ において,

2つの三角形に共通な角だから,

$$\angle DAE = \angle EAG \quad \dots\dots\dots ①$$

ABは半円の直径だから,

$$\angle AED = \angle ACB = 90^\circ \quad \dots\dots\dots ②$$

一方, $EF \parallel CB$ だから $\angle AGF = \angle ACB = 90^\circ$

よって, $\angle AGE = 90^\circ \quad \dots\dots\dots ③$

②, ③より, $\angle AED = \angle AGE \quad \dots\dots\dots ④$

①, ④より, 2組の角がそれぞれ等しいから,

$$\triangle ADE \sim \triangle AEG$$

(3) $\frac{12}{7}$ cm

P. 65

8 <解答例>

(1) 証明 $\triangle ABC$ と $\triangle CDO$ において,

$\triangle OAC$ は $OA = OC$ の二等辺三角形だから,

$$\angle BAC = \angle DCO \quad \dots\dots\dots ①$$

ABは半円の直径だから,

$$\angle ACB = 90^\circ \quad \dots\dots\dots ②$$

一方, $DO \perp OC$ だから,

$$\angle COD = 90^\circ \quad \dots\dots\dots ③$$

②, ③より,

$$\angle ACB = \angle COD \quad \dots\dots\dots ④$$

①, ④より, 2組の角がそれぞれ等しいから,

$$\triangle ABC \sim \triangle CDO$$

(2) ① $\frac{9\sqrt{2}}{4}$ cm ② $\frac{7\sqrt{2}}{8}$ cm²

<考え方・解き方>

(2) ① $\triangle ABC$ より,

$$AC^2 = 6^2 - 2^2$$

$$= 32$$

$$AC = \pm 4\sqrt{2}$$

$$AC > 0 \text{ なので, } AC = 4\sqrt{2}$$

(1)より,

$$AB : CD = AC : CO$$

$$6 : CD = 4\sqrt{2} : 3$$

$$CD = \frac{9\sqrt{2}}{4}(\text{cm})$$

(2) ② 点OからACに垂線をひき, 交点をHとする。

中点連結定理より,

$$OH = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

(2) ①より,

$$AD = 4\sqrt{2} - \frac{9\sqrt{2}}{4} = \frac{7\sqrt{2}}{4}$$

よって、 $\triangle AOD$ の面積は、

$$\frac{7\sqrt{2}}{4} \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{7\sqrt{2}}{8} (\text{cm}^2)$$

P. 65

9<解答例>

- (1) 証明 $\triangle EAD$ と $\triangle AGD$ において、

2つの三角形に共通な角だから、

$$\angle ADE = \angle GDA \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

$\angle AED$ は $\widehat{AD}$ に対する円周角で、 $\angle AOD = 90^\circ$ だから、

$$\angle AED = 45^\circ \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

一方、四角形 $OACD$ は正方形で、 AD は対角線だから、

$$\angle GAD = 45^\circ \dots\dots\dots \textcircled{3}$$

②、③より、

$$\angle AED = \angle GAD \dots\dots\dots \textcircled{4}$$

①、④より、2組の角がそれぞれ等しいから、

$$\triangle EAD \sim \triangle AGD$$

(2) ① $\frac{9\sqrt{10}}{5} \text{cm}$ ② $\frac{16}{5} \text{cm}^2$

<考え方・解き方>

- (2)① $\triangle ODG$ より、

$$GD^2 = 3^2 + 1^2$$

$$GD = \pm \sqrt{10}$$

$$GD > 0 \text{ なので、} GD = \sqrt{10}$$

OA は半径なので、 $6 \div 2 = 3$ 。また、 $\triangle OAD$ は直角二等辺三角形なので、

$$AD = OA \times \sqrt{2}$$

$$= 3\sqrt{2}$$

(1)より、

$$ED : AD = AD : GD$$

$$ED : 3\sqrt{2} = 3\sqrt{2} : \sqrt{10}$$

$$ED = \frac{9\sqrt{10}}{5} (\text{cm})$$

- (2)② $FG \parallel CD$ より、

$\triangle EFG \sim \triangle ECD$ なので、

$$FG : CD = EG : ED$$

$$FG : 3 = \left(\frac{9\sqrt{10}}{5} - \sqrt{10} \right) : \frac{9\sqrt{10}}{5}$$

$$FG : 3 = 4 : 9$$

$$FG = \frac{4}{3}$$

よって、

$$AF = (3+1) - \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$$

また、

$$\begin{aligned} CF : EF &= DG : EG \\ &= (9-4) : 4 \\ &= 5 : 4 \end{aligned}$$

点Eから線分ABに垂線をひき、垂線と線分ABの交点をHとおく。

$AC \parallel EH$ より、 $\triangle AFC \sim \triangle HFE$ なので、

$$AC : EH = CF : EF$$

$$3 : EH = 5 : 4$$

$$EH = \frac{12}{5}$$

$$\triangle AFE = AF \times EH \times \frac{1}{2} \text{ なので、}$$

$$\frac{8}{3} \times \frac{12}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{16}{5} (\text{cm}^2)$$

P. 66

10<解答例>

- (1) ア 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい

イ $EF \perp AB$ だから、

$$\angle EFO = 90^\circ \dots\dots\dots \textcircled{5}$$

④、⑤より、

$$\angle ADO = \angle EFO \dots\dots\dots \textcircled{6}$$

対頂角は等しいから、

$$\angle AOD = \angle EOF \dots\dots\dots \textcircled{7}$$

また、 AO 、 EO はともに円の半径だから、

$$AO = EO \dots\dots\dots \textcircled{8}$$

⑥より、 $\triangle AOD$ と $\triangle EOF$ はともに直角三角形であり、⑦、⑧より、斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい。

- (2) $\sqrt{6} (\text{cm})$

<考え方・解き方>

- (2) AO は半径なので、

$$6 \div 2 = 3$$

$AD = CD$ より、点DはACの中点である。

中点連結定理より、

$$OD = \frac{1}{2} BC$$

$$= \frac{1}{2} \times 4$$

$$= 2$$

- (1)より、 $\triangle AOD \cong \triangle EOF$ なので、

$$EO = AO = 3$$

$$OF = OD = 2$$

$\triangle EOF$ で三平方の定理より、

$$EF^2 = EO^2 - OF^2$$

$$= 3^2 - 2^2$$

$$= 9 - 4$$

$$= 5$$

$$EF = \sqrt{5}$$

$BF = OB - OF$ なので、

$$3 - 2 = 1$$

$\triangle EBF$ で、三平方の定理より、

$$BE^2 = EF^2 + BF^2$$

$$= (\sqrt{5})^2 + 1^2$$

$$= 5 + 1$$

$$= 6$$

$$BE = \sqrt{6} (\text{cm})$$

P. 67

11<解答例>

- (1) 証明 $\triangle ADC$ と $\triangle BGF$ において、
 $AB \perp DC$ だから、
 $\angle DCA = 90^\circ$ ①
 $OF \perp BE$ だから、
 $\angle GFB = 90^\circ$ ②
 ①, ②より、
 $\angle DCA = \angle GFB$ ③
 $\angle DAC$ と $\angle DEB$ は $\widehat{DB}$ に対する円周角だから、
 $\angle DAC = \angle DEB$ ④
 BG は円の接線で、 AB は円の直径だから、
 $\angle ABG = 90^\circ$ であって、①から $DE \parallel BG$ である。
 よって、
 $\angle DEB = \angle GBF$ ⑤
 ④, ⑤より、
 $\angle DAC = \angle GBF$ ⑥
 ③, ⑥より、2組の角がそれぞれ等しいから、
 $\triangle ADC \sim \triangle BGF$

(2) ① $2\sqrt{6}$ (cm) ② $\frac{7\sqrt{15}}{6}$ (cm)

<考え方・解き方>

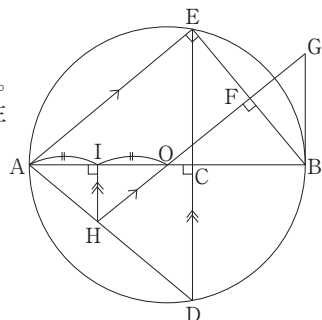
- (2) ① 2点 O, E を結び $\triangle OCE$ をつくる。
 $AB = 10$ より、
 $OE = 5$
 また、
 $OC = OB - BC$
 $= 5 - 4$
 $= 1$
 よって、 $\triangle OCE$ で三平方の定理より、
 $CE^2 = OE^2 - OC^2$
 $= 5^2 - 1^2$
 $= 25 - 1$
 $= 24$
 $CE = 2\sqrt{6}$ (cm)
 ② $ED \perp BC$ より、 $\triangle BED$ は $BE = BD$ の二等辺三角形である。
 よって、
 $CD = CE = 2\sqrt{6}$
 $\triangle ADC$ で、
 $AD^2 = AC^2 + CD^2$
 $= 6^2 + (2\sqrt{6})^2$
 $= 60$
 $AD = 2\sqrt{15}$
 $\triangle ACE \cong \triangle ACD$ なので、
 $\angle HAO = \angle EAC$
 $AE \perp EB, HF \perp EB$ より、 $AE \parallel HF$ で錯角は等しいので、
 $\angle HOA = \angle EAC$
 これより、 $\triangle HAO$ は $HA = HO$ の二等辺三角形である。

点 H から線分 AO に垂線をひき、その交点を I とする。
 $\triangle HAO$ は二等辺三角形なので、

$$\begin{aligned} AI &= AO \times \frac{1}{2} \\ &= 5 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{5}{2} \end{aligned}$$

また、 $HI \perp AC, CD \perp AC$ より $HI \parallel DC$ なので、
 $\triangle AHI \sim \triangle ADC$ である。
 よって、

$$\begin{aligned} AD : DH &= AC : IC \\ 2\sqrt{15} : DH &= 6 : \left(6 - \frac{5}{2}\right) \\ 2\sqrt{15} : DH &= 6 : \frac{7}{2} \\ DH &= \frac{7\sqrt{15}}{6} \text{ (cm)} \end{aligned}$$



P. 68

12<解答例>

- (1) ア 2組の辺とその間の角
 イ AB は半円の直径だから、
 $\angle ADF = 90^\circ$ ⑥
 ⑤より、 $\angle CED$ は $\angle AEO$ の対頂角だから、
 $\angle CED = 90^\circ$ ⑦
 ⑥, ⑦より、
 $\angle ADF = \angle CED$ ⑧
 $\angle DAF$ と $\angle ECD$ は、それぞれ $\widehat{DC}$ と $\widehat{AD}$ に対する円周角で、 $\widehat{DC} = \widehat{AD}$ だから、
 $\angle DAF = \angle ECD$ ⑨
 ⑧, ⑨より、2組の角がそれぞれ等しい。

(2) $\frac{7}{5}$ 倍

<考え方・解き方>

(2) $\triangle ABC$ で中点連結定理より、 $OE = \frac{1}{2}BC$

$$3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

また、 $DE = DO - OE$ より、

$$\frac{7}{2} - \frac{3}{2} = 2$$

$\triangle DEF$ と $\triangle BCF$ で、

$$\angle DFE = \angle BFC$$

$$\angle DEF = \angle BCF = 90^\circ$$

2組の角がそれぞれ等しいので $\triangle DEF \sim \triangle BCF$ である。よって、

$$EF : CF = DE : BC = 2 : 3$$

(1)より、 $AE = EC$ なので、

$$AE : EF : CF = 5 : 2 : 3$$

よって、

$$\begin{aligned} AF : EC &= (AE + EF) : (EF + CF) \\ &= (5 + 2) : (2 + 3) \\ &= 7 : 5 \end{aligned}$$

△AFD と △CDE の底辺をそれぞれ AF, EC としたとき、2つの三角形の高さは等しいので、

$$\triangle AFD : \triangle CDE = AF : EC = 7 : 5$$

したがって、

$$7 \div 5 = \frac{7}{5} \text{ (倍)}$$

P. 69

13 <解答例>

- (1) 証明 △CDF と △EAC において、
AF ⊥ DF だから、
∠DFC = 90°①
AB は半円の直径だから、
∠ACE = 90°②
①, ②より、
∠DFC = ∠ACE③
また、∠ACE = 90° だから、
∠DCF = 90° - ∠DCE④
∠AEC = 90° - ∠CAE⑤
∠DCE と ∠CAE は、それぞれ $\widehat{BD}$ と $\widehat{DC}$ に対する円周角で、 $\widehat{BD} = \widehat{DC}$ だから、
∠DCE = ∠CAE⑥
④, ⑤, ⑥より、
∠DCF = ∠AEC⑦
③, ⑦より、2組の角がそれぞれ等しいから、
△CDF ∽ △EAC

- (2) △DAF, △BAD, △EBD

- (3) 説明 AB : AC = BE : EC = 3 : 1 であり、
 $EC = \frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$ 。よって、△EAC において、三平方の定理より、
 $AE = \frac{3\sqrt{6}}{2} \text{ cm}$
△EAC ∽ △BAD だから、AE : AB = AC : AD
よって、AD = $3\sqrt{6} \text{ cm}$
△EAC ∽ △DAF だから、
AC : AF = AE : AD = 1 : 2

<考え方・解き方>

- (2) △CDF ∽ △EAC を利用するとよい。
△EAC と △DAF で、
(1)より、
∠ACE = ∠AFD = 90°①
共通な角だから、
∠EAC = ∠DAF②
①, ②より、2組の角がそれぞれ等しいので、
△EAC ∽ △DAF
よって、(1)より、
△CDF ∽ △DAF i

△EAC と △BAD で、
AB は直径なので、
∠ACE = ∠ADB = 90°①
(1)より、
∠CAE = ∠DAB②

- ①, ②より、2組の角がそれぞれ等しいので、
△EAC ∽ △BAD
よって、(1)より、
△CDF ∽ △BAD ii

△EAC と △EBD で、
AB は直径なので、
∠ACE = ∠BDE = 90°①

$\widehat{DC}$ に対する円周角なので、

$$\angle CAE = \angle DBE \cdots \textcircled{2}$$

- ①, ②より、2組の角がそれぞれ等しいので、
△EAC ∽ △EBD
よって、(1)より、
△CDF ∽ △EBD iii

i, ii, iii より、△CDF と 相似な三角形は △DAF, △BAD, △EBD である。

P. 70

14 <解答例>

- (1) 対頂角だから、
∠FED = ∠AEO④
③, ④より、
∠DCB = ∠FED⑤
△OBD は OB = OD の二等辺三角形だから、
∠CBD = ∠EDF⑥
⑤, ⑥より、2組の角がそれぞれ等しい。
(2) ① $\frac{9}{4}$ 倍 ② $\frac{5\sqrt{11}}{4} \text{ cm}^2$

<考え方・解き方>

- (2) ① △AOE, △DOC は 合同な二等辺三角形だから、
EO = CO = 1
よって、DE = 5 - 1 = 4
また、CB = 5 + 1 = 6
△BDC ∽ △DFE で 相似比 6 : 4 = 3 : 2
よって、面積比は、△BDC : △DFE = 3² : 2² = 9 : 4
したがって、 $9 \div 4 = \frac{9}{4}$ (倍)。
② ①より、DF : DB = 2 : 3 なので、
DF : FB = 2 : 1 ア
ここで、DE : DO = 4 : 5 より、
 $\triangle DOF = \triangle DFE \times \frac{5}{4} = \frac{5\sqrt{11}}{2}$
アより、 $\triangle BFO = \triangle DOF \times \frac{1}{2} = \frac{5\sqrt{11}}{4} \text{ (cm}^2\text{)}。$

P. 71

15 <解答例>

- (1) 証明
△BCF と △CDH において、
△ABC は 直角二等辺三角形だから、
∠CBF = 45°①
△ACD は 直角二等辺三角形だから、
∠DCH = 45°②
①, ②より、
∠CBF = ∠DCH③

$$\begin{aligned}\angle ACB &= 90^\circ \text{ だから,} \\ \angle BCF &= 90^\circ - \angle ACF \cdots \cdots \cdots \text{④} \\ \angle ADC &= 90^\circ \text{ だから,} \\ \angle CDH &= 90^\circ - \angle ADE \cdots \cdots \cdots \text{⑤} \\ \angle ACF &= \angle ADE \text{ だから, ④, ⑤より,} \\ \angle BCF &= \angle CDH \cdots \cdots \cdots \text{⑥} \\ \text{③, ⑥より, 2組の角がそれぞれ等しいから,} \\ \triangle BCF &\sim \triangle CDH\end{aligned}$$

$$(2) \text{ DH : HG} = 5 : 3$$

<考え方・解き方>

$$(2) \triangle ABC \sim \triangle ACD \text{ より,}$$

$$\begin{aligned}AB : AC &= BC : CD \\ 12 : 6\sqrt{2} &= 6\sqrt{2} : CD \\ CD &= 6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\triangle BCF &\sim \triangle CDH \text{ より,} \\ BC : CD &= CF : DH \\ 6\sqrt{2} : 6 &= 3\sqrt{5} : DH\end{aligned}$$

$$DH = \frac{3\sqrt{10}}{2} \cdots \text{①}$$

$$\begin{aligned}\triangle CDH &\sim \triangle GDC \text{ より,} \\ DH : DC &= DC : DG\end{aligned}$$

$$\frac{3\sqrt{10}}{2} : 6 = 6 : DG$$

$$DG = \frac{12\sqrt{10}}{5} \cdots \text{②}$$

$$\text{①, ②より,}$$

$$HG = \frac{12\sqrt{10}}{5} - \frac{3\sqrt{10}}{2} = \frac{9\sqrt{10}}{10}$$

よって,

$$DH : HG = \frac{3\sqrt{10}}{2} : \frac{9\sqrt{10}}{10} = 5 : 3 \text{ となる。}$$

P. 71

16 <解答例>

(1) 証明

$\triangle ACD$ と $\triangle EFD$ において,
対頂角は等しいので,

$$\angle ADC = \angle EDF \cdots \cdots \cdots \text{①}$$

AD は $\angle BAC$ の二等分線なので,

$$\angle CAD = \angle OAD \cdots \cdots \cdots \text{②}$$

$\triangle OAE$ は $OA = OE$ の二等辺三角形なので,

$$\angle OAD = \angle FED \cdots \cdots \cdots \text{③}$$

②, ③より,

$$\angle CAD = \angle FED \cdots \cdots \cdots \text{④}$$

①, ④より 2組の角がそれぞれ等しいから,

$$\triangle ACD \sim \triangle EFD$$

$$(2) \text{ ① } 2 \text{ cm} \quad \text{② } \frac{3\sqrt{21}}{7} \text{ cm}$$

<考え方・解き方>

(2) ①(1)より, $AC \parallel OF$, 点 O は AB の中点だから,
中点連結定理より,

$$OF = \frac{1}{2} AC$$

よって, $OF = \frac{1}{2} \times 4 = 2 \text{ (cm)}$ となる。

② $\triangle ABC$ で, 三平方の定理より,

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$10^2 = 4^2 + BC^2$$

$BC > 0$ より,

$$BC = 2\sqrt{21}$$

$$\text{①より, } CF = \frac{1}{2} BC$$

$$\begin{aligned}CF &= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{21} \\ &= \sqrt{21}\end{aligned}$$

また, $FE = OE - OF$

$$= 5 - 2$$

$$= 3$$

(1)より, $\triangle ACD \sim \triangle EFD$ だから,

$$CD : DF = AC : EF \text{ より,}$$

$$CD : DF = 4 : 3$$

よって, $CF : DF = (CD + DF) : DF = 7 : 3$

$$\sqrt{21} : DF = 7 : 3$$

$$DF = \frac{3\sqrt{21}}{7} \text{ (cm)}$$

P. 72

17 <解答例>

(1) 証明

$\triangle ABE$ と $\triangle BCG$ において,

AB は円の直径だから $\angle AEB = 90^\circ$

$BG \perp CF$ だから $\angle BGC = 90^\circ$

よって,

$$\angle AEB = \angle BGC = 90^\circ \cdots \cdots \cdots \text{①}$$

$\angle ABE$ と $\angle ACE$ は $\widehat{AE}$ に対する円周角だから,

$$\angle ABE = \angle ACE \cdots \cdots \cdots \text{②}$$

また

$$\angle ACE = \angle FCD + \angle ACF \cdots \cdots \cdots \text{③}$$

$$\angle BCG = \angle FCD + \angle BCD \cdots \cdots \cdots \text{④}$$

$\angle ACF = \angle BCD$ と ③, ④より,

$$\angle ACE = \angle BCG \cdots \cdots \cdots \text{⑤}$$

②, ⑤より,

$$\angle ABE = \angle BCG \cdots \cdots \cdots \text{⑥}$$

①, ⑥より 2組の角がそれぞれ等しいから,

$$\triangle ABE \sim \triangle BCG$$

$$(2) \frac{56}{25} \text{ cm}$$

<考え方・解き方>

(2) $\triangle ABC$ で AB は直径だから, $\angle ACB = 90^\circ$

よって, 三平方の定理より,

$$AC^2 + BC^2 = AB^2$$

$$6^2 + BC^2 = 10^2$$

$$36 + BC^2 = 100$$

$$BC^2 = 64$$

$$BC = \pm 8$$

$$BC > 0 \text{ より, } BC = 8$$

次に, 点 C から線分 AB に垂線をおろし, 線分 AB との交点を点 H とおく。

$\triangle ABC$ と $\triangle ACH$ で,

$$\angle CAB = \angle CAH \text{ (共通)}$$

$$\angle ACB = \angle CHA = 90^\circ \text{ (仮定)}$$

よって、2組の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ABC \sim \triangle ACH$$

対応する辺の長さの比はすべて等しいので、

$$AB : AC = AC : AH$$

$$10 : 6 = 6 : AH$$

$$AH = \frac{18}{5}$$

ここで、 $\triangle ACD$ は、仮定より $AC = CD = 6$ の二等辺三角形だから、 $AH = HD$ となる。

よって、 $AD = 2AH$

$$AD = 2 \times \frac{18}{5} = \frac{36}{5}$$

また、 $BD = AB - AD$ より、

$$BD = 10 - \frac{36}{5} = \frac{14}{5}$$

さらに、 $\triangle ACD$ と $\triangle EBD$ で、

$$\angle CAD = \angle BED (\widehat{BC} \text{の円周角})$$

$$\angle ADC = \angle EDB (\text{対頂角})$$

よって、2組の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ACD \sim \triangle EBD$$

したがって、 $BD = BE = \frac{14}{5}$

(1)より、 $\triangle ABE \sim \triangle BCG$ なので、

$$BE : CG = AB : BC$$

$$\frac{14}{5} : CG = 10 : 8$$

$$CG = \frac{56}{25} (\text{cm}) \text{ となる。}$$

P. 72

18 <解答例>

(1) 証明

$\triangle ABC$ と $\triangle OEB$ において、

$AC \parallel OE$ だから、

$$\angle BAC = \angle EOB \dots\dots\dots ①$$

線分 AB は円の直径だから、

$$\angle ACB = 90^\circ \dots\dots\dots ②$$

BE は円の接線で、線分 AB は円の直径だから、

$$\angle OBE = 90^\circ \dots\dots\dots ③$$

②、③より、

$$\angle ACB = \angle OBE \dots\dots\dots ④$$

①、④より、2組の角がそれぞれ等しいから、

$$\triangle ABC \sim \triangle OEB$$

(2) ① 6 cm ② $\frac{20}{3}$ cm

<考え方・解き方>

(2)① $\angle ACB = 90^\circ$ なので、

$\triangle ABC$ で三平方の定理より、

$$AB^2 = AC^2 + CB^2$$

$$10^2 = AC^2 + 8^2$$

$$AC^2 = 36$$

$AC > 0$ より、

$$AC = 6 (\text{cm})$$

② $AB = 10 \text{cm}$ で点 O は円の中心なので、

$$BO = 5 \text{cm} \text{ となる。}$$

また、(1)より、 $\triangle ABC \sim \triangle OEB$ なので、

$$BC : BE = AC : BO$$

$$8 : BE = 6 : 5$$

$$BE = \frac{20}{3} (\text{cm})$$

P. 73

19 <解答例>

(1) 証明

$\triangle ADF$ と $\triangle ECB$ において、

$\angle FAD$ と $\angle BEC$ は $\widehat{BC}$ に対する円周角だから、

$$\angle FAD = \angle BEC \dots\dots\dots ①$$

$AE \parallel FD$ だから、

$$\angle EAB = \angle FDA \dots\dots\dots ②$$

$\angle EAB$ と $\angle BCE$ は $\widehat{BE}$ に対する円周角だから、

$$\angle EAB = \angle BCE \dots\dots\dots ③$$

②、③より、

$$\angle FDA = \angle BCE \dots\dots\dots ④$$

①、④より、2組の角がそれぞれ等しいから、

$$\triangle ADF \sim \triangle ECB$$

(2) ① $2\sqrt{6} \text{cm}$ ② $\frac{24}{25}$ 倍

<考え方・解き方>

(2)① $\triangle ABC$ で AB は直径だから、 $\angle ACB = 90^\circ$ となる。

三平方の定理より、

$$AC^2 + BC^2 = AB^2$$

$$AC^2 + 2^2 = 6^2$$

$$AC^2 = 32$$

$AC > 0$ より、

$$AC = 4\sqrt{2}$$

ここで、 $\triangle EAC$ は $AE = CE$ の二等辺三角形なので、点 E から線分 AC に垂線をおろし、その交点を H とすると、 $\angle EHA = 90^\circ$ より、 $BC \parallel EH$ となる。

また、点 H は線分 AC の中点より、

$$AH = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

また、 $BC \parallel EH$ なので、

中点連結定理より、 EH は線分 AB の中点 O を通る。

したがって、 $\triangle ABC$ で中点連結定理より、

$$OH = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

また、円 O の半径より、

$$OE = 3$$

よって、 $EH = OH + OE = 1 + 3 = 4$

したがって、 $\triangle EHA$ で三平方の定理より、

$$AE^2 = EH^2 + AH^2$$

$$AE^2 = 4^2 + (2\sqrt{2})^2$$

$$AE^2 = 24$$

$AE > 0$ より、

$$AE = 2\sqrt{6} (\text{cm})$$

② $BC \parallel EH$ より、 $\triangle DBC \sim \triangle DOE$ なので、

相似比は、 $BC : OE = 2 : 3 = CD : ED$ となる。

また、 $FD \parallel AE$ より、 $\triangle CFD \sim \triangle CAE$ なので、

$$FD : AE = CD : CE$$

$$FD : 2\sqrt{6} = 2 : 5$$

$$FD = \frac{4\sqrt{6}}{5}$$

(1)より, $\triangle ADF \sim \triangle ECB$ で,

$$\text{相似比は, } FD : BC = \frac{4\sqrt{6}}{5} : 2$$

$$= 2\sqrt{6} : 5$$

よって, $\triangle ADF$ と $\triangle ECB$ の面積比は,

$$(2\sqrt{6})^2 : 5^2 = 24 : 25 \text{ となり } \frac{24}{25} \text{ 倍。}$$

P. 74

20 <解答例>

(1) 証明

$\triangle EFB$ と $\triangle DEC$ において,

$EF \perp AB$ だから,

$$\angle EFB = 90^\circ \dots\dots\dots ①$$

$AC \perp DB$ だから,

$$\angle DEC = 90^\circ \dots\dots\dots ②$$

①, ②より,

$$\angle EFB = \angle DEC \dots\dots\dots ③$$

$\angle EBF$ と $\angle DCE$ は $\widehat{DA}$ に対する円周角だから,

$$\angle EBF = \angle DCE \dots\dots\dots ④$$

③, ④より, 2組の角がそれぞれ等しいから,

$$\triangle EFB \sim \triangle DEC$$

$$(2) \text{ ① } \frac{24}{5} \text{ cm} \quad \text{② } \frac{5}{2} \text{ cm}$$

<考え方・解き方>

(2)① $\angle DEC = 90^\circ$ なので,

$\triangle DEC$ で三平方の定理より,

$$DC^2 = DE^2 + EC^2$$

$$DC^2 = 4^2 + 3^2$$

$$DC^2 = 25$$

$$DC > 0 \text{ より,}$$

$$DC = 5$$

また, (1)より, $\triangle EFB \sim \triangle DEC$ なので,

$$EF : DE = EB : DC$$

$$EF : 4 = 6 : 5$$

$$EF = \frac{24}{5} \text{ (cm)}$$

②(1)より, $\triangle EFB \sim \triangle DEC$ なので,

対応する角は等しいので,

$$\angle FEB = \angle EDC \dots i$$

対頂角は等しいので,

$$\angle FEB = \angle GED \dots ii$$

i, iiより,

$$\angle EDC = \angle GED \text{ なので,}$$

$$GD = GE \dots iii$$

また, iiiと $\triangle DEC$ において $\angle DEC = 90^\circ$ より, 点Gは, 線分DCを直径とする円の中心となる。

よって,

$$GE = DC \times \frac{1}{2}$$

$$= 5 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{5}{2} \text{ (cm)}$$

P. 74

21 <解答例>

(1) 証明

$\triangle ABC$ と $\triangle ODE$ において,

$OE \perp DC$ だから,

$$\angle OED = 90^\circ \dots\dots\dots ①$$

$\angle ACB = 90^\circ$ だから, ①より,

$$\angle ACB = \angle OED \dots\dots\dots ②$$

ACは円Oの直径だから,

$$\angle ADC = 90^\circ \dots\dots\dots ③$$

$OE \perp DC$ だから, ③より,

$$OF \parallel AB \dots\dots\dots ④$$

④より,

$$\angle EOD = \angle ODA \dots\dots\dots ⑤$$

$\triangle OAD$ は $OA = OD$ の二等辺三角形であるから,

$$\angle ODA = \angle CAB \dots\dots\dots ⑥$$

⑤, ⑥より,

$$\angle CAB = \angle EOD \dots\dots\dots ⑦$$

②, ⑦より, 2組の角がそれぞれ等しいから,

$$\triangle ABC \sim \triangle ODE$$

$$(2) \text{ ① } \frac{2\sqrt{5}}{3} \text{ cm} \quad \text{② } \frac{5\sqrt{6}}{18} \text{ cm}$$

<考え方・解き方>

(2)① $\angle ACB = 90^\circ$ なので,

$\triangle ABC$ で三平方の定理より,

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$6^2 = 4^2 + BC^2$$

$$BC > 0 \text{ より,}$$

$$BC = 2\sqrt{5}$$

また, 円Oの半径より, $OD = 2$

よって, (1)より, $\triangle ABC \sim \triangle ODE$ なので,

$$BC : DE = AB : OD$$

$$2\sqrt{5} : DE = 6 : 2$$

$$DE = \frac{2\sqrt{5}}{3} \text{ (cm)}$$

②(1)より, $\triangle ABC \sim \triangle ODE$ なので,

$$AC : OE = AB : OD$$

$$4 : OE = 6 : 2$$

$$OE = \frac{4}{3}$$

$\triangle CAD$ で中点連結定理より,

$$AD = OE \times 2$$

$$= \frac{4}{3} \times 2$$

$$= \frac{8}{3}$$

よって,

$$BD = AB - AD$$

$$= 6 - \frac{8}{3}$$

$$= \frac{10}{3}$$

$\triangle DBE$ で三平方の定理より,

$$BE^2 = DE^2 + BD^2$$

$$BE^2 = \left(\frac{2\sqrt{5}}{3}\right)^2 + \left(\frac{10}{3}\right)^2$$

$$BE > 0 \text{ より,}$$

$$BE = \frac{2\sqrt{30}}{3}$$

次に, (1)より, $OF \parallel AB$ なので,

$$CE : ED = CF : FB = CO : OA = 1 : 1$$

$$\text{また, } AD : BD = \frac{8}{3} : \frac{10}{3} = 4 : 5 \text{ より,}$$

$$\triangle BFE = \triangle EBC \times \frac{1}{2}$$

$$= (\triangle DBC \times \frac{1}{2}) \times \frac{1}{2}$$

$$= (\triangle ABC \times \frac{5}{9}) \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= \triangle ABC \times \frac{5}{36}$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times BC \times AC\right) \times \frac{5}{36}$$

$$= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times 4 \times \frac{5}{36}$$

$$= \frac{5\sqrt{5}}{9}$$

よって,

$$\triangle BFE = \frac{1}{2} \times BE \times GF$$

$$\frac{5\sqrt{5}}{9} = \frac{1}{2} \times \frac{2\sqrt{30}}{3} \times GF$$

$$GF = \frac{5\sqrt{6}}{18} (\text{cm})$$

第6講座 空間図形

P. 75

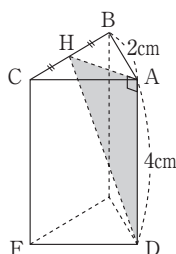
1 <解答例>

(1) $\sqrt{19}$ cm (2) 144π cm³ (3) $a = \frac{5}{3}$

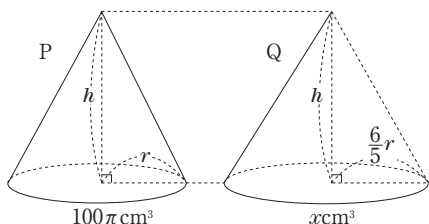
(4) 24π cm³

<考え方・解き方>

- (1) $\triangle ABC$ は正三角形だから $AH = \sqrt{3}$ なので、 $\triangle AHD$ について、三平方の定理を用いて、 $4^2 + (\sqrt{3})^2 = HD^2$ となる。よって、 $HD = \sqrt{19}$ cm となる。



(2)



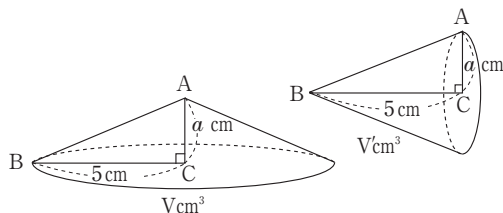
上図のように、もとの円錐Pの高さを h 、底面の半径を r とすると、底面の半径を20%だけ長くした円錐Qの底面の半径は、 $r \times \left(1 + \frac{20}{100}\right) = \frac{6}{5}r$ と表せる。よって、

$$\begin{aligned} \text{Pの体積} : \text{Qの体積} &= \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times h : \frac{1}{3} \times \frac{36}{25} \pi r^2 \times h \\ &= 1 : \frac{36}{25} \\ &= 25 : 36 \end{aligned}$$

よって、

$$\begin{aligned} \text{Pの体積} : \text{Qの体積} &= 25 : 36 \\ 100\pi : x &= 25 : 36 \\ x &= 144\pi \text{ (cm}^3\text{)} \end{aligned}$$

- (3) ACを軸として、1回転させてできる円錐の体積を V 、BCを軸として1回転させてできる円錐の体積を V' とすると、



$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \times 25\pi \times a \\ &= \frac{25\pi a}{3} \dots \text{①} \\ V' &= \frac{1}{3} \times \pi a^2 \times 5 \\ &= \frac{5\pi a^2}{3} \dots \text{②} \end{aligned}$$

① = ② $\times 3$ なので、

$$\frac{25\pi a}{3} = \frac{5\pi a^2}{3} \times 3$$

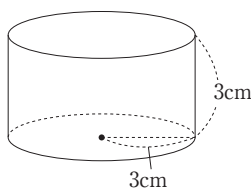
$$5a = 3a^2$$

$$3a^2 - 5a = 0$$

$$a(3a - 5) = 0$$

$$a = 0, \frac{5}{3} \quad a > 0 \text{なので、} a = \frac{5}{3}$$

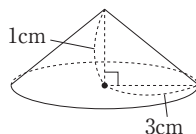
- (4) 辺ABを軸として1回転させてできる立体は、下の円柱から円錐をひいて求める。



$$\text{円柱の体積} = 9\pi \times 3 = 27\pi$$

$$\text{円錐の体積} = \frac{1}{3} \times 9\pi \times 3 = 9\pi$$

$$\text{よって、} 27\pi - 9\pi = 18\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$



P. 76

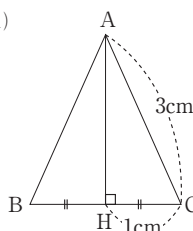
2 <解答例>

(1) $2\sqrt{2}$ cm (2) $\frac{6\sqrt{11}}{11}$ cm

(3) $\frac{32\sqrt{2}}{11}$ cm³

<考え方・解き方>

(1)



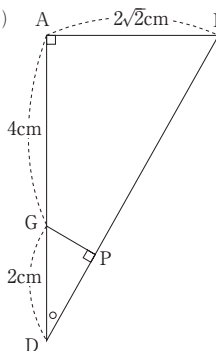
$\triangle ABC$ は二等辺三角形なので、 $\angle AHC = 90^\circ$ になるから、三平方の定理より、

$$AH^2 + CH^2 = AC^2$$

$$AH^2 + 1^2 = 3^2$$

$$\text{よって、} AH = 2\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

(2)



(1)の結果を用いて、 $\triangle ADH$ で三平方の定理より、

$$AH^2 + AD^2 = HD^2$$

$$(2\sqrt{2})^2 + 6^2 = HD^2$$

$$\text{よって、} HD = 2\sqrt{11}$$

ここで、

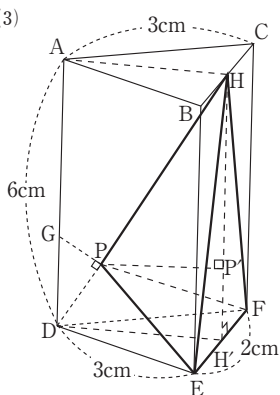
$\triangle ADH \sim \triangle PDG$ より、

$$DH : DG = AD : PD$$

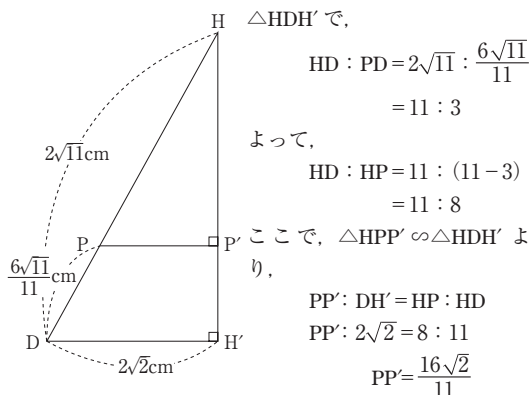
$$2\sqrt{11} : 2 = 6 : PD$$

$$PD = \frac{6\sqrt{11}}{11} \text{ (cm)}$$

(3)



三角錐のPEFHは左図の太線の図形になり、底面を $\triangle HEF$ にすると、高さは PP' となる。



よって、

$$\begin{aligned}
 P - EFH &= \frac{1}{3} \times \triangle HEF \times PP' \\
 &= \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 6 \right) \times \frac{16\sqrt{2}}{11} \\
 &= \frac{32\sqrt{2}}{11} (\text{cm}^3)
 \end{aligned}$$

P. 76

[3] <解答例>

(1) $2\sqrt{2} \text{ cm}$ (2) $\frac{21\sqrt{6}}{2} \text{ cm}^2$

(3) $\frac{35\sqrt{2}}{4} \text{ cm}^3$

<考え方・解き方>

(1) PC = AD = 3 なので、

BP = 1 だから、

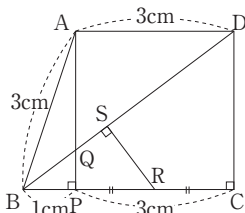
△ABP で、

$$AP^2 + BP^2 = AB^2$$

$$AP^2 + 1^2 = 3^2$$

よって、

$$AP = 2\sqrt{2} (\text{cm})$$



(2) △DBC で、DC = AP = $2\sqrt{2}$ だから、

$$BC^2 + DC^2 = BD^2$$

$$4^2 + (2\sqrt{2})^2 = BD^2$$

$$BD = 2\sqrt{6}$$

△QBP ∽ △QDA より、

$$BQ : DQ = BP : DA = 1 : 3$$

よって、

$$QD = \frac{3}{4} BD = \frac{3\sqrt{6}}{2}$$

FH = BD = $2\sqrt{6}$ だから、

$$\begin{aligned}
 QFHD &= (QD + FH) \times DH \times \frac{1}{2} \\
 &= \left(\frac{3\sqrt{6}}{2} + 2\sqrt{6} \right) \times 6 \times \frac{1}{2} \\
 &= \frac{21\sqrt{6}}{2} (\text{cm}^2)
 \end{aligned}$$

(3) 求める四角錐 RQFHD の高さは RS になる。

$BR = \frac{5}{2}$ だから、△DBC ∽ △RBS より、

$$DB : RB = DC : RS$$

$$2\sqrt{6} : \frac{5}{2} = 2\sqrt{2} : RS$$

$$RS = \frac{5\sqrt{3}}{6}$$

(2) より、底面積 QFHD = $\frac{21\sqrt{6}}{2}$ だから、

$$\begin{aligned}
 RQFHD &= \frac{1}{3} \times \frac{21\sqrt{6}}{2} \times \frac{5\sqrt{3}}{6} \\
 &= \frac{35\sqrt{2}}{4} (\text{cm}^3)
 \end{aligned}$$

P. 77

[4] <解答例>

(1) $96\pi \text{ cm}^3$ (2) $4\sqrt{3} \text{ cm}$ (3) $4\sqrt{30} \text{ cm}^2$

<考え方・解き方>

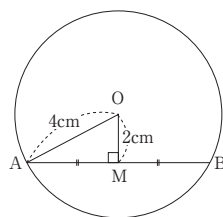
(2) △OAM で、∠OMA = 90°、

OA : OM = 2 : 1 だから、

$$AM = 2\sqrt{3}$$

よって、

$$\begin{aligned}
 AB &= 2AM \\
 &= 4\sqrt{3} (\text{cm})
 \end{aligned}$$



(3) △OAC で、

$$4^2 + 6^2 = OC^2$$

$$OC = 2\sqrt{13}$$

また、(2) より、

$$CD = AB = 4\sqrt{3}$$

よって、CH = DH だから、

$$CH = 2\sqrt{3}$$

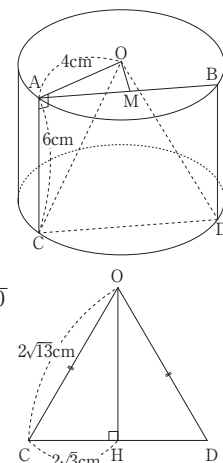
△OCH で、

$$(2\sqrt{3})^2 + OH^2 = (2\sqrt{13})^2$$

$$OH = 2\sqrt{10}$$

よって、

$$\begin{aligned}
 \triangle OCD &= \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 2\sqrt{10} \\
 &= 4\sqrt{30} (\text{cm}^2)
 \end{aligned}$$



P. 77

[5] <解答例>

(1) 9cm (2) ① $27\sqrt{3} \text{ cm}^3$ ② $\frac{9}{4} \text{ cm}$

<考え方・解き方>

(1) 立体を球の中心 O

と底面の直径 CD を

通る平面で切ると、

右のような断面図

になる。

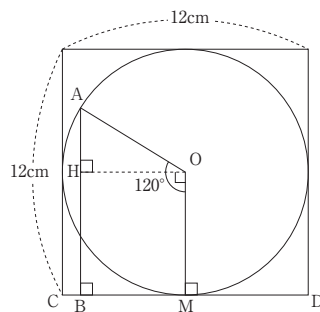
△OAH で

∠AOH = 30°、

OA = OM = 6 なので、

$$AH = 3$$

HB = OM = 6 なので、



三角錐 OPDE は底面を $\triangle PDE$ としたとき、高さ OP となるので、

$$\frac{1}{3} \times \left(4 \times 4 \times \frac{1}{2}\right) \times 4 = \frac{32}{3} \text{ (cm}^3\text{)}$$

(2)① $AP=x$, $OP=6-x$ とおく。

$\triangle OPD$ は底辺を OP としたとき、高さが 4cm になるので、その面積を x を使って表すと、

$$(6-x) \times 4 \times \frac{1}{2} = 12 - 2x$$

三角錐 OPDE は底面を $\triangle OPD$ としたとき、高さは 4cm となるので、その体積を x を使って表すと、

$$\frac{1}{3} \times (12 - 2x) \times 4 = 16 - \frac{8}{3}x$$

三角錐 OABC の体積は、

$$\frac{1}{3} \times \left(6 \times 6 \times \frac{1}{2}\right) \times 6 = 36$$

三角錐 OPDE の体積が三角錐 OABC の体積の $\frac{1}{3}$ になればよいので、

$$16 - \frac{8}{3}x = 36 \times \frac{1}{3}$$

これを解いて、

$$x = \frac{3}{2} \text{ (cm)}$$

② $\triangle OAB \equiv \triangle OAC \equiv \triangle ABC$ より、 $BC=OC=OB$ なので、 $\triangle OBC$ は正三角形で、 $\triangle OBC \sim \triangle ODE$ なので、 $\triangle ODE$ も正三角形である。

(1)① より、 $OB:OD=3:2$ で、 $\triangle OAB$ は直角二等辺三角形なので、

$$OD = 6\sqrt{2} \times \frac{2}{3} = 4\sqrt{2}$$

DE の中点を M とする。 $\triangle ODM$ は $1:2:\sqrt{3}$ の直角三角形なので、

$$OM = 4\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{6}$$

よって、 $\triangle ODE$ の面積は、

$$4\sqrt{2} \times 2\sqrt{6} \times \frac{1}{2} = 8\sqrt{3}$$

求める長さを h とおく。この h は三角錐 OPDE で、 $\triangle ODE$ を底面としたときの高さである。

よって、(2)① より、

$$\frac{1}{3} \times 8\sqrt{3} \times h = 36 \times \frac{1}{3}$$

これを解いて、

$$h = \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ (cm)}$$

P. 83

11 <解答例>

(1) $4\sqrt{2}$ cm (2) 4 cm

(3) ① 12π cm² ② $2\sqrt{19}$ cm

<考え方・解き方>

(1) 図 2 で、 $\triangle ABM$ より、

$$AM^2 = 6^2 - 2^2$$

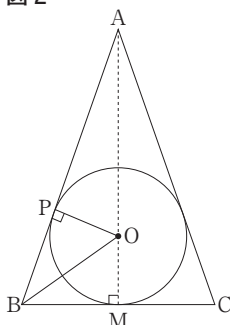
$$= 32$$

$$AM = \pm 4\sqrt{2}$$

$$AM > 0 \text{ なので、} AM = 4\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

(2) 図 2 で球の中心を O とする。

図 2



$\triangle BMO$ と $\triangle BPO$ で、

$$MO = PO$$

$$\angle BMO = \angle BPO = 90^\circ$$

BO は共通

直角三角形の斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しいので、 $\triangle BMO \equiv \triangle BPO$ である。よって、

$$BP = BM = 2$$

したがって、

$$AP = 6 - 2 = 4 \text{ (cm)}$$

(3)① おうぎ形の中心角を a とおく。おうぎ形の弧の長さ と 底面の円の円周の長さは等しいので、

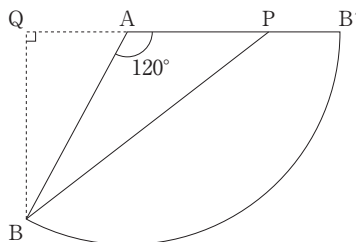
$$2 \times 6 \times \pi \times \frac{a}{360} = 2 \times 2 \times \pi$$

これを解いて、 $a = 120$

したがって、おうぎ形の面積は、

$$6 \times 6 \times \pi \times \frac{120}{360} = 12\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

② BP が最短になるには、BP が直線であればよいので、下図のようになる。また、線分 AB' の延長線上に、 $AB' \perp BQ$ となる点 Q とする。



$\triangle ABQ$ は 30° , 60° , 90° の直角三角形なので、

$$BQ = 6 \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}$$

$$AQ = 6 \times \frac{1}{2} = 3$$

$\triangle PBQ$ より、

$$PB^2 = 7^2 + (3\sqrt{3})^2$$

$$= 76$$

$$PB = \pm 2\sqrt{19}$$

$$PB > 0 \text{ なので、} PB = 2\sqrt{19} \text{ (cm)}$$

P. 84

12 <解答例>

(1) $\frac{9}{4}$ cm (2) $\frac{9}{2}$ cm³

(3) $AQ : QP = 4 : 11$

<考え方・解き方>

(1) $\triangle ABP \sim \triangle CBA$ より,

$$BP : BA = AB : CB$$

$$BP : 3 = 3 : 4$$

$$BP = \frac{9}{4} (\text{cm})$$

(2) $\triangle ABP = \frac{1}{2} \times BP \times AB = \frac{1}{2} \times \frac{9}{4} \times 3 = \frac{27}{8} (\text{cm}^2)$ 。よって,

$$\text{三角錐 } EABP = \frac{1}{3} \times \triangle ABP \times BE = \frac{1}{3} \times \frac{27}{8} \times 4 = \frac{9}{2} (\text{cm}^3)。$$

(3) 三角柱 $ABC - DEF = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times 4 = 24 (\text{cm}^3)$ 。三角錐

$$EABQ = 24 \times \frac{1}{20} = \frac{6}{5} (\text{cm}^3)。$$

ここで, 三角錐 $EABQ : \triangle ABQ = \triangle ABP : \triangle ABQ = AP : BP = \frac{6}{5} : \frac{9}{2} = 4 : 15$ 。よって, $AQ : QP = 4 : 15 - 4 = 4 : 11$

P. 85

[13] <解答例>

(1) 2cm (2) $3\sqrt{5}\text{cm}$ (3) $4\sqrt{5}\text{cm}^2$

(4) $\frac{10\sqrt{5}}{3}\text{cm}^3$

<考え方・解き方>

(1) 右図において,

$$AB = CD = EF = HG \text{ より,}$$

$$\triangle EFS \cong \triangle HGP \text{ となる}$$

$$\text{ので, } SF = PG。$$

$$\text{よって,}$$

$$PG = (8 - 4) \div 2 = 2 (\text{cm})$$

(2) 右上図の $\triangle HPG$ で三平方の定理より,

$$HP^2 + PG^2 = HG^2$$

$$HP^2 + 2^2 = 7^2$$

$$HP > 0 \text{ より,}$$

$$HP = 3\sqrt{5} \text{ となる。}$$

(3) 右図において,

$$\triangle EFH = \frac{1}{2} \times EH \times HP$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 3\sqrt{5}$$

$$= 6\sqrt{5}$$

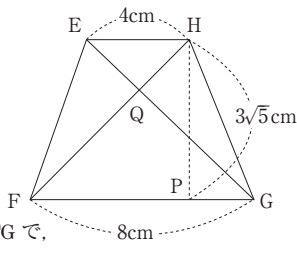
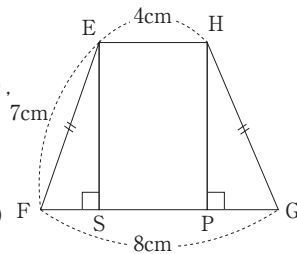
$$\text{ここで, } \triangle QHE \sim \triangle QFG \text{ で,}$$

$$\text{相似比は, } HE : FG = 4 : 8 = 1 : 2 = QH : QF。$$

$$\text{よって, } FH : QF = QH + QF : QF = (1 + 2) : 2 = 3 : 2 \text{ となる。}$$

$$\text{したがって,}$$

$$\triangle EFQ = \frac{2}{3} \triangle EFH = \frac{2}{3} \times 6\sqrt{5} = 4\sqrt{5} (\text{cm}^2) \text{ となる。}$$



(4) 右図において

$$(3) \text{より } EQ : QG = 1 : 2$$

$$\text{なので, } CA = 3 \text{ とおける。}$$

$$\triangle RAC \sim \triangle RQE \text{ で}$$

$$\text{相似比は,}$$

$$CA : EQ = 3 : 1$$

$$= AR : QR$$

$$\text{よって,}$$

$$\triangle QRT \sim \triangle QAE \text{ の相似比は,}$$

$$QR : AQ = QR : AR + QR$$

$$= 1 : 3 + 1$$

$$= 1 : 4 \text{ となるので,}$$

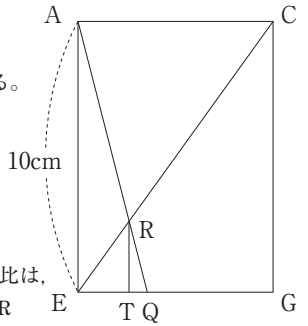
$$RT : AE = 1 : 4$$

$$RT : 10 = 1 : 4$$

$$RT = \frac{5}{2}$$

$$\text{したがって, 求める三角錐 } REFQ \text{ の体積は,}$$

$$\frac{1}{3} \times \triangle EFQ \times RT = \frac{1}{3} \times 4\sqrt{5} \times \frac{5}{2} = \frac{10\sqrt{5}}{3} (\text{cm}^3) \text{ となる。}$$



P. 86

[14] <解答例>

(1) $9\sqrt{3}\pi\text{cm}^3$ (2) $18\pi\text{cm}^2$ (3) $\frac{3\sqrt{3}}{2}\text{cm}$

(4) $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi\text{cm}^3$

<考え方・解き方>

(1) 図1で三平方の定理より,

$$OP^2 + 3^2 = 6^2$$

$$OP > 0 \text{ より,}$$

$$OP = 3\sqrt{3}$$

$$\text{よって, 容器 A の容積は,}$$

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}\pi (\text{cm}^3)$$

(2) 容器 A の側面のおうぎ形の中心角を a とすると,

$$a = 360 \times \frac{2\pi \times 3}{2\pi \times 6} = 180^\circ \text{ となる。}$$

$$\text{よって, 容器 A の側面積は,}$$

$$\pi \times 6^2 \times \frac{180}{360} = 18\pi (\text{cm}^2)$$

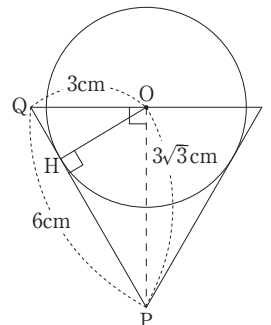
(3) 右図において,

$$\triangle OPQ \text{ の面積より,}$$

$$\frac{1}{2} \times OQ \times OP = \frac{1}{2} \times PQ \times OH$$

$$\frac{1}{2} \times 3 \times 3\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 6 \times OH$$

$$OH = \frac{3\sqrt{3}}{2} (\text{cm})$$



(4)右図において、

球Cの中心をO'とおき、
容器Aと球Cが接している
点をSとして、O'Sを結ぶ。
このとき、O'S⊥PQである。
球Cの半径O'S=rとおくと、
O'P=OP-OO'

$$\begin{aligned} &= 3\sqrt{3} - \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} + r\right) \\ &= \frac{3\sqrt{3}}{2} - r \end{aligned}$$

△OPQ∽△SPO'より、

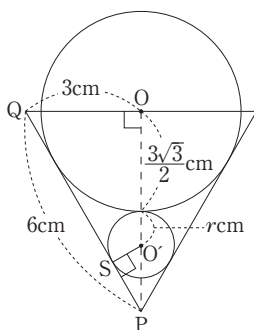
$$OQ : O'S = PQ : O'P$$

$$3 : r = 6 : \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} - r\right)$$

$$r = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

よって、球Cの体積は、

$$\frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 = \frac{\sqrt{3}}{2}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$



(2)①線分BEと辺CDとの交点が点Pとなる。

右図において、

EからCDに平行な線をひき、

ADとの交点をRとする。

△ACDで中点連結定理より、

$$ER = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

また、Rは辺ADの
中点より、

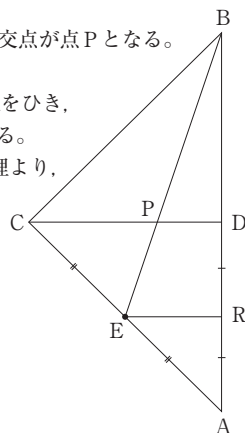
$$DR = 2$$

△BER∽△BPDより、

$$PD : ER = BD : BR$$

$$PD : 2 = 4 : 6$$

$$PD = \frac{4}{3} \text{ (cm)}$$



②三角すいEABDの体積は、

$$\begin{aligned} &\frac{1}{3} \times \triangle ABD \times ER \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times 2 \\ &= \frac{16}{3} \end{aligned}$$

三角すいEQCPの体積は、三角すいEABDの体積の $\frac{1}{2}$ なので、

$$\frac{1}{3} \times \triangle QCP \times EF = \frac{16}{3} \times \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3} \times \triangle QCP \times 2 = \frac{8}{3}$$

$$\triangle QCP = 4$$

右図でQからCDに下
ろした垂線とCDとの
交点をSとする。

また、

$$CP = CD - PD = 4 - \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$$

なので、

$$\triangle QCP = \frac{1}{2} \times CP \times QS$$

$$4 = \frac{1}{2} \times \frac{8}{3} \times QS$$

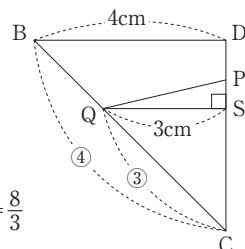
$$QS = 3$$

よって、△BCD∽△QCSより、

$$BC : QC = BD : QS$$

$$BC : QC = 4 : 3$$

したがって、BQ : QC = 1 : 3



P. 87

15<解答例>

$$(1) \text{ ① } 2\sqrt{5} \text{ cm} \quad \text{② } \frac{1}{4} \text{ 倍}$$

$$(2) \text{ ① } \frac{4}{3} \text{ cm} \quad \text{② } BQ : QC = 1 : 3$$

<考え方・解き方>

(1)①点Fは、辺CDの中点より、FD=2cmとなる。

△BCDは∠BDC=90°の直角二等辺三角形なので、

三平方の定理より、

$$BF^2 = BD^2 + FD^2$$

$$BF^2 = 4^2 + 2^2$$

BF>0より、

$$BF = 2\sqrt{5} \text{ (cm)}$$

②CF=DFより、△BCFの面積は、△BCDの面積

の $\frac{1}{2}$ となる。△ACDで点E、Fはそれぞれ辺AC、

CDの中点なので、中点連結定理より、EF∥AD

となり、辺EFは底面BCDに垂直で、EF= $\frac{1}{2}$

ADとなる。よって、三角すいEBCFの体積は、

三角すいABCDに比べて、底面積と高さがそれ

ぞれ $\frac{1}{2}$ なので、

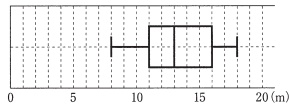
$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \text{ (倍) となる。}$$

第7講座 データの活用・確率・標本調査

P. 88

1<解答例>

- (1) イ・エ (2) ア3 イ8, 最頻値36℃
 (3) ① $18.95 \leq a < 19.05$ ②25.3℃
 (4) 480本 (5) ①17.5m ②0.2
 (6) ①2410歩 ②7.23km
 (7) ①13m ②



<考え方・解き方>

- (1) ア男子の最頻値は5人が借りている5冊, 女子は5人が借りている3冊なので正しくない。
 イ男子の範囲は $8-1=7$ (冊), 女子は $9-2=7$ (冊)なので正しい。
 ウ男子の中央値は少ない方から10番目の生徒と11番目の生徒が入っている階級の平均値だから4冊, 女子は8番目の生徒が入っている階級だから5冊なので正しくない。
 エ男子は $(3+3+1) \div 20 = 0.35$, 女子は $(1+5) \div 15 = 0.4$ なので正しい。
 オ35人の平均値は $(4 \times 20 + 5 \times 15) \div 35 = 4.42\cdots$ (冊)なので正しくない。
 (2) 表1より, アが3, イが8なので, 日数が最も多いのは9日である。その階級は, 35.0℃以上37.0℃未満なので, この階級の階級値が求める最頻値である。
 (3) ②気温が低い順に日にちを並べると, 5日, 6日, 1日, 7日, 2日, 3日, 4日, 8日, 9日, 10日となる。よって, 2日と3日の気温の平均値を求めて,

$$(24.8 + 25.8) \div 2 = 25.3(^{\circ}\text{C})$$

- (4) 箱の中のゴムバンドを x 本とすると,

$$x : 100.8 = 20 : 4.2$$

$$x = 480(\text{本})$$

- (5) 2つの組の記録を (人)
 同じヒストグラム
 に表すと右図のようになる。

- ①15m 以上20m 未満の10人が最も多い。この階級の階級値は,

$$(15+20) \div 2 = 17.5(\text{m})$$

- ②40人だから, 記録が小さい方からかぞえて, 20番目, 21番目の生徒はどちらも20m 以上25m 未満の階級に入っている。この階級の度数は8人だから, 相対度数は,

$$8 \div 40 = 0.2$$

- (6) ①平均 = 合計 ÷ 個数(日数)なので,

$$(2424 + 2400 + 2391 + 2420 + 2415) \div 5$$

$$= 12050 \div 5$$

$$= 2410$$

- ②①より, 歩数の合計は12050歩なので,

$$12050 \times 60 = 723000(\text{cm})$$

$$1\text{km} = 100000\text{cm} \text{ なので,}$$

$$7.23\text{km}$$

- (7) ①ハンドボール投げの記録の中央値は, 距離の短い方から7番目, 8番目の記録の平均値を求める。
 よって, $(12+14) \div 2 = 13(\text{m})$

- ②①より, 中央値 = 第2四分位数 = 13m

第2四分位数より左側の7個のハンドボール投げの記録の中央値を求めて, 第1四分位数 = 11m。

第2四分位数より右側の7個のハンドボール投げの記録の中央値を求めて, 第3四分位数 = 16m。

また, 最小値は8m, 最大値は18m。

P. 91

2<解答例>

- (1) 19m (2) 0.25
 (3) $a = 17, b = 19$ $a = 18, b = 18$
 (4) 19.6m

<考え方・解き方>

- (1) 度数が最も大きいのは17~21の階級なので,
 $(17+21) \div 2 = 19(\text{m})$
 (2) ヒストグラムより, 25~29の階級に7人, 29~33の階級に3人いるので, 25m 以上投げたのは,
 $7+3=10$
 よって,
 $10 \div 40 = 0.25$
 (3) ヒストグラムより, 20番目, 21番目の人はともに17~21の階級にいたことがわかるので,
 $17 \leq a \leq b < 21$
 また中央値が18m なので,
 $(a+b) \div 2 = 18$

$$a+b=36$$

この2つの条件を満たす a, b の値は,

$$a=17, b=19$$

$$a=18, b=18$$

の2つである。

- (4) ヒストグラムより,
 $(7 \times 3 + 11 \times 4 + 15 \times 6 + 19 \times 11 + 23 \times 6 + 27 \times 7 + 31 \times 3) \div 40$
 $= 784 \div 40$
 $= 19.6(\text{m})$

P. 92

3<解答例>

- (1) 177.5cm (2) 26.5cm
 (3) ア 中央値 イ 0.2 (4) 1764人

<考え方・解き方>

- (1) 表1より, 177cm は, 175cm 以上180cm 未満の階級に属するので, 階級値は,

$$(175+180) \div 2 = 177.5(\text{cm})$$

- (2) 表2より, 度数が最も大きい階級は26.5(cm)

- (3) 表2より, 中央値は, 50番目, 51番目の2人がいる階級なので, 27

仮平均を中央値の27とおくと、下表のようになる。

靴のサイズ(cm)	度数(人)	仮平均との差	度数×仮平均
24.5	2	-2.5	-5
25	6	-2	-12
25.5	8	-1.5	-12
26	14	-1	-14
26.5	18	-0.5	-9
27	17	0	0
27.5	16	0.5	8
28	11	1	11
28.5	6	1.5	9
29	2	2	4
計	100		-20

表より、

$$-20 \div 100 = -0.2$$

つまり、平均値は中央値より0.2小さい。言い換えると、(ア)中央値の方が(イ)0.2cm大きい。

(4)求める人数を x とおく。表3より、

$$98 : 2 = x : 36$$

$$x = 1764$$

P. 93

4<解答例>

(1) イ、オ (2)10分30秒

(3) 記号：イ

理由：図2から、通学時間が18分未満の人数が22人だから。

<考え方・解き方>

(1)ア 範囲＝最大値－最小値である。図1で6分なのは範囲ではなく、階級の幅なので正しくない。

イ 図1の最頻値は12分以上18分未満の階級の階級値になる。よって、 $(12+18) \div 2 = 15$ 分となり、正しい。

ウ 図1で中央値は通学時間が短い順に並べたときの17番目、18番目が含まれる階級の階級値となるので、18分以上24分未満の階級の階級値となる。よって、 $(18+24) \div 2 = 21$ 分となり、最頻値の15分と等しくないで、正しくない。

エ 図1で中央値が含まれる階級の度数は8であり、相対度数は $8 \div 34 = 0.235\cdots$ となり、0.25より小さい。よって正しくない。

オ 図1で通学時間が30分以上の生徒の度数は、 $3+2+1=6$ で、その割合は $6 \div 34 \times 100 = 17.6\cdots(\%)$ である。よって、20%以下なので正しい。

(2)図1と図2の違いは、0分以上6分未満の生徒が1人、6分以上12分未満の生徒が4人、12分以上18分未満の生徒が3人である。この8人の生徒の平均値は $(3 \times 1 + 9 \times 4 + 15 \times 3) \div 8 = 84 \div 8 = 10.5$ 分より、10分30秒となる。

(3)図2から、通学時間が18分未満の人数が22人と読みとれる。

P. 94

5<解答例>

(1) ①イ、エ

②記号：ア

理由：握力が40kg未満の累積相対度数は、1組の男子は0.6、1組と2組を合わせた男子は0.55であり、1組の男子の方が大きいから。

(2) ア：27 イ：0.15

<考え方・解き方>

(1)ア 最頻値とは、度数が最も大きい階級の階級値なので、表1では $(35+40) \div 2 = 37.5$ (kg)となり、正しくない。

イ 表2の45kg未満の累積度数は、 $1+3+3+5=12$ (人)となり、正しい。

ウ 表1における範囲は、 $50-30=20$ (kg)未満。表2における範囲は、 $55-25=30$ (kg)未満。よって、正しくない。

エ 表1の30kg以上35kg未満の階級の相対度数は、 $4 \div 25 = 0.16$ 。表2の30kg以上35kg未満の階級の相対度数は、 $3 \div 15 = 0.2$ となり、正しい。

②模範解答を参照。

(2)ア 15人の平均値が0.4kg大きくなるので、その合計は $15 \times 0.4 = 6$ (kg)大きくなればよい。よって、 $a = 21 + 6 = 27$ (kg)となる。

イ 40人の平均値は $6 \div 40 = 0.15$ (kg)大きくなる。

P. 95

6<解答例>

(1) ア 28 イ 9 (2) 1組 ア 2組 エ

(3) イ、ウ

<考え方・解き方>

(1)範囲＝最大値－最小値である。

1組の箱ひげ図より、最大値は71、最小値は43なので、アは、 $71-43=28$ 回となる。

四分位範囲＝第3四分位数－第1四分位数である。

1組の箱ひげ図より、第3四分位数は60、第1四分位数は51なので、イは、 $60-51=9$ 回となる。

(2)1組の箱ひげ図より、最小値43、最大値71を満たすヒストグラムは、アとなる。

2組の箱ひげ図より、最小値47、最大値68を満たすヒストグラムは、イとエである。

次に第1四分位数で比べる。最小値を含む19人のデータの中央値が51回なので、10番目の生徒がいる階級を調べる。イは、52回以上56回未満より、不適。エは、48回以上52回未満より、条件を満たす。

よって、2組のヒストグラムは、エとなる。

(3)ア 1組の範囲は28回、2組の範囲は21回となり、正しくない。

イ 1組の四分位範囲は9回、2組の四分位範囲は14回となり、正しい。

ウ 回数が64回以上である人数は、1組のヒストグラムより5人、2組のヒストグラムより10人となり、

正しい。

エ 1 組の箱ひげ図で第 3 四分位数が 60 回なので、60 回以上反復横とびをした人は、全体の 25% しかいないことがわかる。よって、平均値は 60 回より小さいと考えられるので、正しくない。

P. 96

[7] <解答例>

- (1) A 0.1 B 0.75
(2) ア, イ
(3) 猛暑日の日数が 40 日以上 の 2 回は II 期と IV 期の 1 回ずつであり、30 日以上 40 日未満となった年は 1 回もないから。

<考え方・解き方>

- (1) 相対度数 = 階級の度数 ÷ 度数の合計なので、A は、 $4 \div 40 = 0.1$ となる。
累積相対度数 = 累積度数 ÷ 度数の合計なので、B は、 $(9 + 6 + 11 + 4) \div 40 = 30 \div 40 = 0.75$ となる。
(2) ア すべての四分位数が、I 期より II 期の方が多いので、正しい。
イ すべての四分位数が、II 期より III 期の方が多いので、正しい。
ウ 第 2 四分位数、第 3 四分位数は IV 期の方が少ないので、IV 期が多いとはいえない。よって、正しくない。
(3) 表より、猛暑日の日数が 40 日以上となったのは、2 回で、図とあわせて見ると、II 期と IV 期の 1 回ずつであることが分かる。表より、30 日以上 40 日未満となった年は 1 度もないので、IV 期の最大値のデータを除くと IV 期の最大値は、25 日以上 30 日未満となり、範囲は 10 日以上小さくなる。

P. 97

[8] <解答例>

- (1) ① 12 通り ② $\frac{3}{4}$
(2) ① $\frac{5}{12}$ ② ア 4, イ $\frac{7}{12}$
(3) ① 25 通り ② $\frac{2}{5}$
(4) ① $\frac{5}{18}$ ② $\frac{7}{12}$
(5) $\frac{1}{4}$
(6) ① 13 点 ② $\frac{1}{3}$
(7) ① 5 点 ② $\frac{1}{3}$
(8) ① 3 個 ② $\frac{7}{20}$
(9) ① 24 点 ② ア 8, イ $\frac{4}{15}$
(10) $\frac{4}{15}$

<考え方・解き方>

- (1) A B C 結果
4 × 2 8

4	÷	2	2
4	×	4	16
4	÷	4	1
5	×	2	10
5	÷	2	$\frac{5}{2}$
5	×	4	20
5	÷	4	$\frac{5}{4}$
6	×	2	12
6	÷	2	3
6	×	4	24
6	÷	4	$\frac{3}{2}$

- ① 上の図より、12 通りである。
② 上の図より、整数になるのは 9 通りなので、

$$\text{確率は } \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

(2) ① A B C 結果

5	+	3	8
5	-	3	2 ○
5	+	4	9
5	-	4	1
6	+	3	9
6	-	3	3 ○
6	+	4	10
6	-	4	2 ○
7	+	3	10
7	-	3	4
7	+	4	11 ○
7	-	4	3 ○

上図より 5 通り、よって、 $\frac{5}{12}$

② 計算結果が正の奇数になるには、

○ 奇数 + 偶数

○ 偶数 + 奇数

○ 奇数 - 偶数 (ただし、奇数 > 偶数)

○ 偶数 - 奇数 (ただし、偶数 > 奇数)

であればよい。

A に [3] を入れたとき C には [4], [5] が入る

正の奇数になるのは、

$$3 + 4 = 7, 6 + 5 = 11, 6 - 5 = 1$$

$$7 + 4 = 11, 7 - 4 = 3$$

の 5 通りで確率は $\frac{5}{12}$

A に [4] を入れたとき C には [3], [5] が入る。

正の奇数になるのは、

$$4 + 3 = 7, 4 - 3 = 1, 4 + 5 = 9, 6 + 3 = 9$$

$$6 - 3 = 3, 6 + 5 = 11, 6 - 5 = 1$$

の 7 通りなので、確率は $\frac{7}{12}$

A に [5] を入れたとき、① の図より正の奇数になるの

は 6 通りなので、確率は $\frac{1}{2} \left(\frac{6}{12} \right)$

よって、A に [4] を入れたとき、最も確率が高くなり、

その確率は $\frac{7}{12}$ である。

(3)取り出し方をまとめると下表のようになる。

		b の値				
a の 値	a-b	1	2	3	4	5
	1	0	-1	-2	-3	-4
	2	①	0	-1	-2	-3
	3	②	①	0	-1	-2
	4	③	②	①	0	-1
	5	④	③	②	①	0

①表より、25通り。

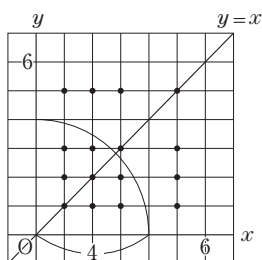
②条件を満たすのは、表中の○で、10通りである。
よって確率は、

$$\frac{10}{25} = \frac{2}{5}$$

(4)

		a の値					
b の 値		1	2	3	4	5	6
	1	(1, 1)	(1, 1)	(3, 1)	(2, 1)	(5, 1)	(3, 1)
	2	(1, 1)	(1, 1)	(3, 1)	(2, 1)	(5, 1)	(3, 1)
	3	(1, 3)	(1, 3)	(3, 3)	(2, 3)	(5, 3)	(3, 3)
	4	(1, 2)	(1, 2)	(3, 2)	(2, 2)	(5, 2)	(3, 2)
	5	(1, 5)	(1, 5)	(3, 5)	(2, 5)	(5, 5)	(3, 5)
	6	(1, 3)	(1, 3)	(3, 3)	(2, 3)	(5, 3)	(3, 3)

問題の条件にそって、整理すると上表のようになる。
また、上表で整理した座標を図に「・」として表すと次の図のようになる。



①上図より、 $y=x$ が通るのは、(1, 1), (2, 2), (3, 3), (5, 5)の4点である。点Pがこのような座標になるのは表より10通りだとわかるので、確率は、

$$\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

②中心を原点Oとして、半径4の円をかくと上図のようになる。円の内側にある点は(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2)の8点である。点Pがこのような座標になるのは、上表より21通りだとわかるので、確率は、

$$\frac{21}{36} = \frac{7}{12}$$

(5) $\frac{3b}{2a}$ の値をまとめると下表のようになる。

$\frac{3b}{2a}$	3	6	9	12	15
2		3	$\frac{9}{2}$	6	$\frac{15}{2}$
4	$\frac{3}{4}$		$\frac{9}{4}$	3	$\frac{15}{4}$
6	$\frac{1}{2}$	1		2	$\frac{5}{2}$
8	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{9}{8}$		$\frac{15}{8}$
10	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{6}{5}$	

整数になるのは、

(a, b) = (1, 2), (1, 4), (2, 4), (3, 2), (3, 4)

の5通り。よって、 $\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

(6)①取り出した3個の玉に書かれた3つの数は、3, 3, 4で、2つの数が同じになる。

条件より、得点は、 $3 \times 3 + 4 = 13$ (点)となる。

②取り出し方をまとめると下表のようになる。

袋A	袋B	得点
1	1, 3	$1 \times 1 + 3 = 4$ (点)
1	1, 4	$1 \times 1 + 4 = 5$ (点)
1	3, 4	$1 + 3 + 4 = 8$ (点)
3	1, 3	$3 \times 3 + 1 = 10$ (点)
3	1, 4	$1 + 3 + 4 = 8$ (点)
3	3, 4	$3 \times 3 + 4 = 13$ (点)

すべての取り出し方は6通り、得点が奇数になる

のは2通りあるので、確率は $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ となる。

(7)赤玉を R_0, R_1, R_2, R_3 、白玉を W_2, W_3 とする。

①取り出した3個の玉は、 R_1, R_2, W_3 で、2個の玉だけ色が同じになる。

条件より、得点は、 $1 \times 2 + 3 = 5$ (点)となる。

②取り出し方をまとめると下表のようになる。

袋A	袋B	得点
R_1	R_0, R_2	$0 + 1 + 2 = 3$ (点)○
R_1	R_0, R_3	$0 + 1 + 3 = 4$ (点)
R_1	R_0, W_3	$1 \times 0 + 3 = 3$ (点)○
R_1	R_2, R_3	$1 + 2 + 3 = 6$ (点)
R_1	R_2, W_3	$1 \times 2 + 3 = 5$ (点)○
R_1	R_3, W_3	$1 \times 3 + 3 = 6$ (点)
W_2	R_0, R_2	$0 \times 2 + 2 = 2$ (点)
W_2	R_0, R_3	$0 \times 3 + 2 = 2$ (点)
W_2	R_0, W_3	$2 \times 3 + 0 = 6$ (点)
W_2	R_2, R_3	$2 \times 3 + 2 = 8$ (点)
W_2	R_2, W_3	$2 \times 3 + 2 = 8$ (点)
W_2	R_3, W_3	$2 \times 3 + 3 = 9$ (点)○

すべての取り出し方は12通り、得点が奇数になる

のは○をつけた4通りなので、確率は $\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$ となる。

(8) 取り出し方をまとめると下表のようになる。

A \ B	1	2	3	4	5
1	11	12	13	14	15
2	21	22	23	24	25
3	31	32	33	34	35
4	41	42	43	44	45

①表より、6の倍数は、12, 24, 42の3個。

②表より、3の倍数は、12, 15, 21, 24, 33, 42,

45の7個。よって確率は、 $\frac{7}{20}$ となる。

(9) 赤いカードを R_2, R_3, R_4, R_6 , 白いカードを $W_2,$

W_3, W_4, W_6 とする。

取り出し方をまとめると下表のようになる。

A \ B	R_3	R_6	W_3	W_4	W_6
R_2	6	12	5	6	8
R_4	12	24	7	8	10
W_2	5	8	6	8	12

①表より、最大値は、24点。

②表より、最も多い得点は8点で、4通りある。

よって確率は、 $\frac{4}{15}$ となる。

(10) 取り出し方と得点をまとめると次のようになる。

袋 \ 箱	2	3	4	5	6
A	2	3	4	5	6
B	4	6	8	10	12
C	9	10	11	12	13

得点が6の倍数になるのは、

(箱, 袋) = (A, 6), (B, 3), (B, 6), (C, 5) の4通り。

よって、 $\frac{4}{15}$

令和7年度学力検査問題(問題A, 共通問題)(解答例)

(解説)

問題番号	配点	標準	解答					
1	1点	(1)	$\frac{2}{15}$					
	1点	(2)	-4					
	2点	(3)	$-x+9y$					
	2点	(4)	$2b^2$					
	2点	(5)	$4x^2+19$					
	(計10点) 2点	(6)	$3\sqrt{10}$					
2	2点	(1)	$x=9$					
	2点	(2)	$2(x+3)(x-3)$					
	2点	(3)	70 度					
	2点	(4)	$\frac{7}{25}$					
	2点	(5)	作図 					
	1点	(6)	①	1 列目	2 列目	3 列目	4 列目	
	2点	(6)	②	11 段目	0	0	1	1
	1点	(7)	①	1200 円				
	2点	(7)	②	ウ				
	3	2点	(1)	A	22	B	0.34	
2点		(2)	記号	理由				
(計6点) 2点		(3)	ウ、エ、オ					
4	1点	(1)	イ	エ				
	1点	(2)	3 cm					
	2点	(3)	①	4 cm ²				
	(計6点) 2点	(3)	②	$\frac{24}{5}$ cm ²				
5	1点	(1)	$a=\frac{1}{8}$					
	1点	(2)	-4					
	2点	(3)	$y=\frac{1}{2}x+4$					
	(計6点) 2点	(4)	$(6, \frac{9}{2})$					
6	4点	(1)	証明 △AEFと△GDCにおいて 四角形EDCFは長方形だから EF∥DC よって、∠AFE=∠GCD=90°① EF=DC② また、四角形EDGAは平行四辺形だから AE=GD③ ①、②、③より、直角三角形で斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいから △AEF≡△GDC					
	(計6点) 2点	(2)	$2\sqrt{5}$ cm					
合 計		50 点						

1

(1) $\frac{1}{3}-\frac{1}{5}$
 $=\frac{5}{15}-\frac{3}{15}$
 $=\frac{2}{15}$

(2) $2\times(7-9)$
 $=2\times(-2)$
 $=-4$

(3) $7x+4y-(8x-5y)$
 $=7x+4y-8x+5y$
 $=-x+9y$

(4) $8a^2b\div(-6ab)^2\times 9b^3$
 $=8a^2b\div 36a^2b^2\times 9b^3$
 $=8a^2b\times\frac{1}{36a^2b^2}\times 9b^3$
 $=\frac{8a^2b\times 1\times 9b^3}{36a^2b^2}$
 $=\frac{72a^2b^4}{36a^2b^2}$
 $=2b^2$

(5) $(2x-3)^2+2(6x+5)$
 $=4x^2-12x+9+12x+10$
 $=4x^2+19$

(6) $\sqrt{10}+\sqrt{40}$
 $=\sqrt{10}+2\sqrt{10}$
 $=3\sqrt{10}$

2

(1) $5x+8=6x-1$
 $5x-6x=-1-8$
 $-x=-9$
 $x=9$

(2) $2x^2-18$
 $=2(x^2-9)$
 $=2(x+3)(x-3)$

(3) 右図のように、
各頂点とOを結ぶと、
△OAB, △OBC,
△OCD, △ODE
は全て合同な二等辺
三角形となる。
よって、
∠AOE=360-80×4
=40°
△OAEは、OA=OEの二等辺三角形なので、
∠OAE=(180-40)÷2
=70°

(4) 取り出し方とa+bの値をまとめると次のようになる。

		bの値				
a の 値	a+b	3	4	5	6	7
	3	⑥	7	⑧	9	10
	4	7	⑧	9	10	11
	5	⑧	9	10	11	⑫
	6	9	10	11	⑫	13
	7	10	11	⑫	13	14

a+bの値が24の約数になるのは、表中の○で、7

— 53 —

通りである。よって確率は、 $\frac{7}{25}$

- (5) $\angle APB = 90^\circ$ より、点 B を通る直線 m への垂線を作図する。作図した垂線と直線 m の交点が、点 P である。

- (6) ① 1 段目と 4 段目に記入した数が同じであることから、記入した数は 1 段目～3 段目までをくり返す。 $11 \div 3 = 3 \cdots 2$ なので、1 段目～3 段目までのグループが 3 グループできて 2 段残る。
よって、11 段目に記入した数は、2 段目に記入した数と同じになる。

- ② 1 段目～3 段目までに記入した数で 1 グループをつくっているから、その和は次のように 6 になる。

$$\underbrace{(1+1+1+0)}_{1 \text{ 段目}} + \underbrace{(0+0+1+1)}_{2 \text{ 段目}} + \underbrace{(1+0+0+0)}_{3 \text{ 段目}} = 6$$

$35 \div 6 = 5 \cdots 5$ より、1 段目～3 段目までのグループが 5 グループ含まれるので、 $3 \times 5 = 15$ 段目。そこから記入された数の和が 5 になるのは、1 段目～2 段目に記入した数を加えたときなので、 $15 + 2 = 17$ 段目となる。

- (7) ① この会社のタクシーで 2500m 移動したとき、0～1100m の距離の運賃は 700 円。残り $2500 - 1100 = 1400$ m の距離に加算される運賃を考えると、 $1400 \div 300 = 4 \cdots 200$ より、300m 分の加算が 4 回とあまり 200m 分の加算がされる。

よって、 $700 + 100 \times 4 + 100 = 1200$ (円) となる。

- ② ア しだいに運賃が高くなる右上がりの直線になる区間はない。

イ 運賃 (y の値) が 0 円にならないので、 x 軸と平行なグラフになる区間はない。また、しだいに運賃が高くなる右上がりの直線になる区間もない。

エ 運賃 (y の値) が 0 円にならないので、 x 軸と平行なグラフになる区間はない。

よって、ウ。

- ③ (1) 最頻値とは、度数がもっとも多い階級の階級値なので、図 1 から A は、 $(20 + 22) \div 2 = 22$ (m) となる。累積相対度数 = 累積度数 $\div$ 度数の合計なので、B は、 $(2 + 4 + 6) \div 35 = 12 \div 35 = 0.342 \cdots$ 、小数第 3 位を四捨五入して、0.34 となる。

- (2) 図 1 のヒストグラムで、中央値 (第 2 四分位数) が入っている階級は、 $35 \div 2 = 17 \cdots 1$ なので、18 番目となるから、16m 以上 20m 未満の階級である。図 2 の箱ひげ図から、2 組の中央値は 19m、3 組の中央値は 20m と読みとれるので、3 組が対応していないことがわかる。

- (3) ア 第 1 四分位数は、 $17 \div 2 = 8 \cdots 1$ なので 9 番目となるから、修正前、後ともに $(12 + 16) \div 2 = 14$ (m) となり、変わらない。

イ 中央値 (第 2 四分位数) は、18 番目となるから、修正前、後ともに $(16 + 20) \div 2 = 18$ (m) となり、

変わらない。

- ウ 第 3 四分位数は、27 番目となるから、修正前は、 $(24 + 28) \div 2 = 26$ (m) だが、 $(20 + 24) \div 2 = 22$ (m) となり、値が変わる。

- エ 四分位範囲は、第 3 四分位数 - 第 1 四分位数で求める。ア、ウより、修正前は $26 - 14 = 12$ (m) だが、修正後は $22 - 14 = 8$ (m) となり、値が変わる。

- オ 平均値は、 $\frac{(\text{階級値} \times \text{度数}) \text{の和}}{\text{度数の合計}}$ で求める。修正前の 26m と修正後の 20m では、入っている階級が変わるため、平均値も値が変わる。

- ④ (1) 空間内の 2 直線が、平行でなく、交わらないとき、その 2 直線は、ねじれの位置にあるという。図 1 で、辺 AD とねじれの位置にある辺は、辺 BF、辺 CG、辺 EF、辺 HG の 4 つである。よって、ウとエとなる。

- (2) 右図において、点 E から辺 FG に垂線を下ろし、辺 FG との交点を点 I とする。△EFI で三平方の定理より、

$$IE^2 + FI^2 = EF^2$$

$$IE^2 + 4^2 = 5^2$$

$$IE^2 = 9$$

$$IE > 0 \text{ より、}$$

$$IE = 3$$

よって、

$$GH = IE = 3 \text{ (cm) となる。}$$

- (3) ① 右図において、

$$\triangle EPH \sim \triangle GPF \text{ より、}$$

$$HP : FP = EH : GF$$

$$= 4 : 8$$

$$= 1 : 2$$

$$\triangle EFP = \triangle EFH \times \frac{2}{3}$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 3 \times \frac{2}{3}$$

$$= 4 \text{ (cm}^2\text{)}$$

- ② 右図において、点 Q から辺 FH に垂線を下ろし、辺 FH との交点を点 R とする。

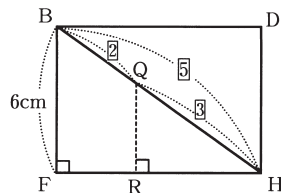
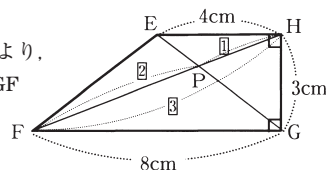
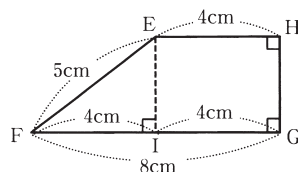
$$\triangle HQR \sim \triangle HBF \text{ より、}$$

$$QR : BF = HQ : HB$$

$$QR : 6 = 3 : 5$$

$$QR = \frac{18}{5}$$

よって、三角すい QEFP の体積は、



$$\begin{aligned}\frac{1}{3} \times \triangle EFP \times QR &= \frac{1}{3} \times 4 \times \frac{18}{5} \\ &= \frac{24}{5} (\text{cm}^2)\end{aligned}$$

5(1) $y = ax^2$ に $A(8, 8)$ を代入して,

$$8 = a \times 8^2$$

$$a = \frac{1}{8}$$

(2) B の y 座標が 2 より, $y = \frac{1}{8}x^2$ に $y = 2$ を代入すると,

$$2 = \frac{1}{8} \times x^2$$

$$x^2 = 16$$

$$x < 0 \text{ より,}$$

$$x = -4$$

したがって, 点 B の x 座標は -4 となる。

(3) $A(8, 8)$, $B(-4, 2)$ を通る直線の式を求める。

(4) P の x 座標を t とすると,

$$P(t, \frac{1}{8}t^2), \quad Q(t, \frac{1}{2}t + 4) \text{ となる。}$$

よって,

$$PQ = \frac{1}{2}t + 4 - \frac{1}{8}t^2$$

$$\text{ここで, } PQ = \frac{5}{2} \text{ より,}$$

$$\frac{1}{2}t + 4 - \frac{1}{8}t^2 = \frac{5}{2}$$

$$t^2 - 4t - 12 = 0$$

$$t = -2, 6$$

$$0 \leq t \leq 8 \text{ より, } t = 6$$

したがって, 点 P の座標は $(6, \frac{9}{2})$ となる。

6(1) 模範解答を参照。

(2) $ED \parallel AC$ より, $\triangle BED \sim \triangle BAC$ なので,

$$ED : AC = BD : BC$$

$$ED : 4 = 2 : 8$$

$$ED = 1 (\text{cm})$$

よって, $ED = AG = FC = 1 (\text{cm})$ だから,

$$GC = AC - AG = 4 - 1 = 3 (\text{cm}),$$

$$GF = GC - FC = 3 - 1 = 2 (\text{cm}) \text{ となる。}$$

また, $\triangle GDC$ で三平方の定理より,

$$GD^2 = DC^2 + GC^2$$

$$GD^2 = 6^2 + 3^2$$

$$GD^2 = 45$$

$$GD > 0 \text{ より,}$$

$$GD = 3\sqrt{5}$$

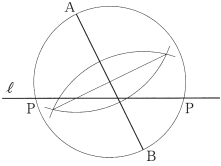
ここで, $\triangle GHF \sim \triangle GDC$ より,

$$GH : GD = GF : GC$$

$$GH : 3\sqrt{5} = 2 : 3$$

$$GH = 2\sqrt{5} (\text{cm})$$

令和7年度学力検査問題(問題B)(解答例)

問題番号	配点	標準解答
1	1点	(1) $\frac{2}{15}$
	1点	(2) -4
	2点	(3) $-x+9y$
	2点	(4) $2b^2$
	2点	(5) $4x^2+19$
	(計10点) 2点	(6) $3\sqrt{10}$
2	2点	(1) $x=9$
	2点	(2) $2(x+3)(x-3)$
	2点	(3) 70 度
	2点	(4) $\frac{7}{25}$
	2点	作図 (次のいずれかである。)
		
	1点	(6) ① 21
	2点	(2) $2n+1$
	1点	① ウ
	1点	(7) P 2500
	(計16点) 1点	② Q 480 R 600
3	2点	(1) A 22 B 0.34
	2点	記号 理由 (図 1 のヒストグラムで、) 中央値 (第 2 四分位数) が入っている階級は 16 m 以上 20 m 未満であるが、3 組の箱ひげ図の中央値 (第 2 四分位数) はこの階級に入っていないから。
	(計 6 点) 2点	(3) ウ、エ、オ
4	1点	(1) イ エ
	1点	(2) 3 cm
	2点	(3) ① 4 cm ²
	(計 6 点) 2点	② $\frac{24}{5}$ cm ³
5	1点	(1) $a=\frac{1}{4}$
	2点	(2) $y=-\frac{1}{2}x+2$
	1点	(3) ① $\frac{1}{2}t^2+t$
	(計 6 点) 2点	② $t=6$
6	3点	(1) 証明 △DFCと△EABにおいて 線分ABは半円の直径だから ∠AEB=90°① DCは点Cで半円に接しているから DC⊥OC② OC∥ADだから、②より ∠FDC=90°③ ①、③より ∠AEB=∠FDC④ OAとOCはともに半円の半径で、AO=AFだから AF=OC⑤ OC∥ADだから、⑤より、四角形FAOCはひし形である。よって、 FC∥AB⑥ ⑥より ∠DFC=∠EAB⑦ ④、⑦より、2組の角がそれぞれ等しいから △DFC≌△EAB
	1点	① $2\sqrt{2}$ cm
	(計 6 点) 2点	(2) ② $\frac{5}{2}$ cm
	合計	50 点

(解説)

①・②(1)～(4)・③・④は選択問題 A の解説を参照してください。

②(5)半円の弧に対する円周角は、直角であることを利用する。作図の手順は以下の通り。

①線分 AB の垂直二等分線を作図する。

②①と線分 AB の交点を点 O とする。

③半径 OA の円を作図する。

④③と直線 l の交点が点 P である。

このとき、点 P は 2 つ作図できるので、どちらか 1 つを点 P とする。

(6)①図 2 より、1 段目と 4 段目に記入した数が同じであることから、記入した数は 1 段目～ 3 段目までをくり返す。

$10 \div 3 = 3 \cdots 1$ なので、1 段目～ 3 段目までのグループが 3 グループできて 1 段残る。

このとき、残った 1 段の 10 段目に記入した数は、1 段目に記入した数と同じになる。

また、1 段目～ 3 段目までに記入した数で 1 グループをつくっているから、その和は次のように 6 になる。

$$\underbrace{(1+1+1+0)}_{1 \text{ 段目}} + \underbrace{(0+0+1+1)}_{2 \text{ 段目}} + \underbrace{(1+0+0+0)}_{3 \text{ 段目}} = 6$$

よって、10 段目 4 列目まで記入したすべての数の和は、 $6 \times 3 + 3 = 21$

② n を 3 の倍数から 2 引いた自然数とするので、 $n = 1, 4, 7, 10 \cdots$ となる。このとき、 n 段目と記入したすべての数の和を表にすると、

n 段目	1	4	7	...	n
和	3	9	15	...	?

3 段増えるごとに和は 6 ずつ増えているから、1 段増えるごとに和は $6 \div 3 = 2$ ずつ増えると考ええる。

よって、 n 段目の 4 列目まで記入したすべての数の和は、

$$3 + 2(n-1) = 2n + 1$$

(7)①ア しだいに運賃が高くなる右上がりの直線になる区間はない。

イ 運賃 (y の値) が 0 円にならないので、 x 軸と平行なグラフになる区間はない。また、しだいに運賃が高くなる右上がりの直線になる区間もない。

エ 運賃 (y の値) が 0 円にならないので、 x 軸と平行なグラフになる区間はない。

よって、ウ。

②この会社のタクシーで 6300m 移動したときの金額 A は、0 ～ 1100m の距離の運賃は 700 円。残り $6300 - 1100 = 5200$ m の距離に加算される運賃を考えると、 $5200 \div 300 = 17 \cdots 100$ より、300m 分の

加算が17回とあまり100m分の加算がされる。
よって、 $P=700+100 \times 17+100=2500$ (円)となる。

次に、金額Aが2500円、金額Aと金額Bの合計が2900円より、

金額B=2900-2500=400(円)となる。

表2の続きを考えると、

時速 10km 以下であった時間	金額 B(円)
120 秒まで	0
120 秒をこえて 240 秒まで	100
240 秒をこえて 360 秒まで	200
360 秒をこえて 480 秒まで	300
480 秒をこえて 600 秒まで	400
⋮	⋮

よって、 $Q=480$ (秒)、 $R=600$ (秒)となる。

⑤(1)点Aは関数⑦上にあるから、

$$y = -\frac{1}{2}x^2 \text{ に } x=2 \text{ を代入して、}$$

$$y = -\frac{1}{2} \times 2^2$$

$$y = -2$$

よって、 $A(2, -2)$ となる。

直線ABの式は、原点を通る直線なので、 $y=bx$ と表せる。これに $A(2, -2)$ を代入して、

$$-2 = b \times 2$$

$$b = -1$$

よって、直線ABの式は、 $y=-x$

ここで、点Bのy座標は4なので、 $y=-x$ に代入して、

$$4 = -x$$

$$x = -4$$

よって、 $B(-4, 4)$ となる。

点Bは関数④上にあるから、

$$y=ax^2 \text{ に } x=-4, y=4 \text{ を代入して、}$$

$$4 = a \times (-4)^2$$

$$a = \frac{1}{4}$$

(2) $B(-4, 4)$ 、 $C(4, 0)$ を通る直線の式を求める。

(3)① $y=\frac{1}{4}x^2$ に $x=t$ を代入して、 $y=\frac{1}{4}t^2$ より、

$$P(t, \frac{1}{4}t^2) \text{ となる。}$$

また、Dは、直線BCの切片なので、 $D(0, 2)$ となる。

よって、四角形OCPD= $\triangle OCP + \triangle OPD$ より、

$$\triangle OCP = \frac{1}{2} \times OC \times \text{点Pのy座標}$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{1}{4}t^2$$

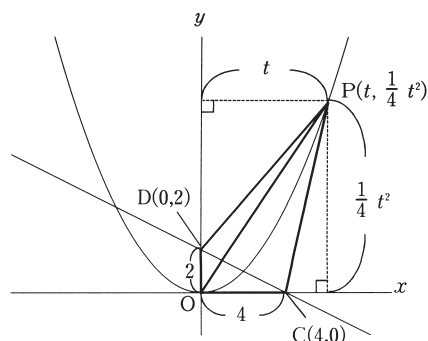
$$= \frac{1}{2}t^2$$

$$\triangle OPD = \frac{1}{2} \times OD \times \text{点Pのx座標}$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times t$$

$$= t$$

したがって、四角形OCPD= $\frac{1}{2}t^2 + t$ と表すことができる。



② $\triangle BAC = \triangle OCB + \triangle OCA$ より、

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 + \frac{1}{2} \times 4 \times 2$$

$$= 12$$

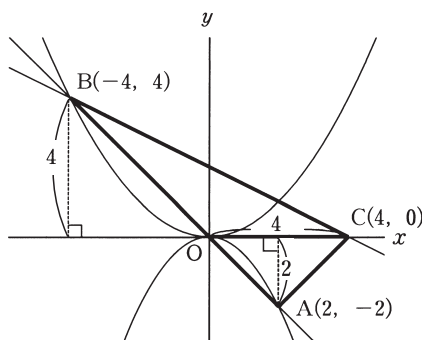
四角形OCPD= $\triangle BAC \times 2$ より、

$$\frac{1}{2}t^2 + t = 12 \times 2$$

$$t^2 + 2t - 48 = 0$$

$$t = -8, 6$$

$2 < t$ より、 $t=6$ となる。



⑥(1)模範解答を参照。

(2)①(1)より、四角形FAOCはひし形となる。

よって、AとCを結ぶと、 $\angle FAC = \angle OAC$ 、

また、 $\angle ADC = \angle ACB = 90^\circ$ だから、

$$\triangle ACD \sim \triangle ABC \cdots (i)$$

$\triangle ABC$ で、三平方の定理より、

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$9^2 = AC^2 + 3^2$$

$AC > 0$ より、

$$AC = 6\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

(i)より、

$$DC : CB = AC : AB$$

$$DC : 3 = 6\sqrt{2} : 9$$

$$DC = 2\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

②四角形 FAOC はひし形より,

$$AO = AF = OC = FC = \frac{9}{2}(\text{cm})$$

$\triangle DFC$ で三平方の定理より,

$$FC^2 = DF^2 + DC^2$$

$$\left(\frac{9}{2}\right)^2 = DF^2 + (2\sqrt{2})^2$$

$DF > 0$ より,

$$DF = \frac{7}{2}(\text{cm})$$

(1)より, $\triangle DFC \sim \triangle EAB$ なので,

$$DF : EA = FC : AB$$

$$\frac{7}{2} : EA = \frac{9}{2} : 9$$

$$EA = 7(\text{cm})$$

よって, $EF = AE - AF$

$$= 7 - \frac{9}{2}$$

$$= \frac{5}{2}(\text{cm})$$