

第2講座 式の計算

P. 8

1 <解答例>

- (1) $5a+4b$ (2) $7a-8$ (3) $7x-2y$
 (4) $x+2y$ (5) $2x+15$ (6) $3x-2y$
 (7) $2x+7y$ (8) $2x+9y$ (9) $x+15y$
 (10) $15x+2y$

<考え方・解き方>

- (1) $3(4a+b) - (7a-b)$ (2) $5a-7 - (-2a+1)$
 $=12a+3b-7a+b$ $=5a-7+2a-1$
 $=12a-7a+3b+b$ $=5a+2a-7-1$
 $=5a+4b$ $=7a-8$
 (3) $5x+4y-2(3y-x)$ (4) $8(x-y) - (7x-10y)$
 $=5x+4y-6y+2x$ $=8x-8y-7x+10y$
 $=5x+2x+4y-6y$ $=8x-7x-8y+10y$
 $=7x-2y$ $=x+2y$
 (5) $9x-13+7(4-x)$ (6) $7x-6y+4(y-x)$
 $=9x-13+28-7x$ $=7x-6y+4y-4x$
 $=9x-7x-13+28$ $=7x-4x-6y+4y$
 $=2x+15$ $=3x-2y$
 (7) $8x+y-6(x-y)$ (8) $7x+y-(5x-8y)$
 $=8x+y-6x+6y$ $=7x+y-5x+8y$
 $=8x-6x+y+6y$ $=7x-5x+y+8y$
 $=2x+7y$ $=2x+9y$
 (9) $3(x+y) - 2(x-6y)$ (10) $8x+9y+7(x-y)$
 $=3x+3y-2x+12y$ $=8x+9y+7x-7y$
 $=x+15y$ $=8x+7x+9y-7y$
 $=15x+2y$

P. 8

2 <解答例>

- (1) $4a^2b$ (2) $2b$ (3) $24a$ (4) $-48a^2b^3$
 (5) $3ab$ (6) $-3a$ (7) $-8ab$ (8) $-2a$
 (9) $2a$ (10) $-54a$

<考え方・解き方>

- (1) $8a^3 \times (-b)^2 \div 2ab$ (2) $9a \div (6ab)^2 \times 8ab^3$
 $=8a^3 \times b^2 \times \frac{1}{2ab}$ $=9a \div 36a^2b^2 \times 8ab^3$
 $=\frac{8a^3 \times b^2}{2ab}$ $=9a \times \frac{1}{36a^2b^2} \times 8ab^3$
 $=\frac{8a^3b^2}{2ab}$ $=\frac{72a^2b^3}{36a^2b^2}$
 $=4a^2b$ $=2b$
 (3) $(-4a)^2 \times 9a \div 6a^2$ (4) $(-2)^3 \times (ab)^2 \times 6b$
 $=16a^2 \times 9a \div 6a^2$ $=-8 \times a^2b^2 \times 6b$
 $=16a^2 \times 9a \times \frac{1}{6a^2}$ $=-48a^2b^3$
 $=\frac{16a^2 \times 9a}{6a^2}$
 $=24a$
 (5) $9a^2 \div (-6ab) \times (-2b^2)$
 $=9a^2 \times (-\frac{1}{6ab}) \times (-2b^2)$
 $=\frac{9a^2 \times 2b^2}{6ab}$
 $=3ab$

$$(6) 48a^2b^2 \div (-4a) \div (-2b)^2$$

$$=48a^2b^2 \times (-\frac{1}{4a}) \times \frac{1}{4b^2}$$

$$=-\frac{48a^2b^2}{16ab^2}$$

$$=-3a$$

$$(7) (-6a)^2 \times 2ab^2 \div (-9a^2b)$$

$$=36a^2 \times 2ab^2 \div (-9a^2b)$$

$$=-8ab$$

$$(8) 6ab \div (-9a^2b^2) \times 3a^2b$$

$$=6ab \times (-\frac{1}{9a^2b^2}) \times 3a^2b$$

$$=-\frac{18a^3b^2}{9a^2b^2}$$

$$=-2a$$

$$(10) -6a^2 \times 9ab^2 \div (ab)^2$$

$$=-6a^2 \times 9ab^2 \div a^2b^2$$

$$=-6a^2 \times 9ab^2 \times \frac{1}{a^2b^2}$$

$$=-\frac{6a^2 \times 9ab^2 \times 1}{a^2b^2}$$

$$=-\frac{54a^3b^2}{a^2b^2}$$

$$=-54a$$

P. 9

3 <解答例>

- (1) $\frac{9x-5y}{2}$ (2) $\frac{7a+3}{2}$ (3) $\frac{x-3y}{10}$
 (4) $\frac{x-3}{8}$ (5) $\frac{7x-y}{12}$ (6) $\frac{7x-y}{2}$
 (7) $\frac{5x-y}{6}$ (8) $\frac{5x+9y}{8}$ (9) $\frac{9x+y}{8}$
 (10) $\frac{13x+5y}{36}$

<考え方・解き方>

- (1) $4x-6y+\frac{x+7y}{2}$ (2) $\frac{9a-5}{2} - (a-4)$
 $=\frac{8x-12y}{2} + \frac{x+7y}{2}$ $=\frac{9a-5}{2} - \frac{2a-8}{2}$
 $=\frac{(8x-12y)+(x+7y)}{2}$ $=\frac{(9a-5)-(2a-8)}{2}$
 $=\frac{8x-12y+x+7y}{2}$ $=\frac{7a+3}{2}$
 $=\frac{9x-5y}{2}$
 (3) $\frac{3x-y}{2} - \frac{7x-y}{5}$ (4) $\frac{x-6}{4} - \frac{x-9}{8}$
 $=\frac{15x-5y}{10} - \frac{14x-2y}{10}$ $=\frac{2x-12}{8} - \frac{x-9}{8}$
 $=\frac{(15x-5y)-(14x-2y)}{10}$ $=\frac{(2x-12)-(x-9)}{8}$
 $=\frac{15x-5y-14x+2y}{10}$ $=\frac{2x-12-x+9}{8}$
 $=\frac{x-3y}{10}$ $=\frac{x-3}{8}$

$$\begin{aligned}
 (5) \quad & \frac{x-7y}{4} + \frac{x+5y}{3} \\
 &= \frac{3x-21y}{12} + \frac{4x+20y}{12} \\
 &= \frac{(3x-21y) + (4x+20y)}{12} \\
 &= \frac{7x-y}{12} \\
 (7) \quad & \frac{x+y}{6} + \frac{2x-y}{3} \\
 &= \frac{x+y}{6} + \frac{4x-2y}{6} \\
 &= \frac{x+y+4x-2y}{6} \\
 &= \frac{5x-y}{6} \\
 (9) \quad & \frac{x+3y}{4} + \frac{7x-5y}{8} \\
 &= \frac{2x+6y}{8} + \frac{7x-5y}{8} \\
 &= \frac{(2x+6y) + (7x-5y)}{8} \\
 &= \frac{2x+6y+7x-5y}{8} \\
 &= \frac{9x+y}{8} \\
 (6) \quad & \frac{5x+7y}{2} + x-4y \\
 &= \frac{5x+7y}{2} + \frac{2x}{2} - \frac{8y}{2} \\
 &= \frac{5x+7y+2x-8y}{2} \\
 &= \frac{7x-y}{2} \\
 (8) \quad & \frac{9x+5y}{8} - \frac{x-y}{2} \\
 &= \frac{9x+5y-4(x-y)}{8} \\
 &= \frac{9x+5y-4x+4y}{8} \\
 &= \frac{5x+9y}{8} \\
 (10) \quad & \frac{x+y}{4} + \frac{x-y}{9} \\
 &= \frac{9x+9y}{36} + \frac{4x-4y}{36} \\
 &= \frac{(9x+9y) + (4x-4y)}{36} \\
 &= \frac{9x+9y+4x-4y}{36} \\
 &= \frac{13x+5y}{36}
 \end{aligned}$$

P. 9

4 <解答例>

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & 2x+3y & (2) \quad & 8a+b & (3) \quad & xy-2 \\
 (4) \quad & a^2-4b & (5) \quad & 3a-2b & (6) \quad & 2a+1
 \end{aligned}$$

<考え方・解き方>

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & (4x^3y+6x^2y^2) \div 2x^2y & (2) \quad & (8a^2b^2+ab^3) \div ab^2 \\
 &= \frac{4x^3y}{2x^2y} + \frac{6x^2y^2}{2x^2y} & &= \frac{8a^2b^2}{ab^2} + \frac{ab^3}{ab^2} \\
 &= 2x+3y & &= 8a+b \\
 (3) \quad & (5x^2y-10x) \div 5x & (4) \quad & (a^3b-4ab^2) \div ab \\
 &= \frac{5x^2y}{5x} - \frac{10x}{5x} & &= \frac{a^3b}{ab} - \frac{4ab^2}{ab} \\
 &= xy-2 & &= a^2-4b \\
 (5) \quad & (12a^2-8ab) \div 4a & (6) \quad & (8a^3b^2+4a^2b^2) \div (2ab)^2 \\
 &= \frac{12a^2}{4a} - \frac{8ab}{4a} & &= (8a^3b^2+4a^2b^2) \div 4a^2b^2 \\
 &= 3a-2b & &= 2a+1
 \end{aligned}$$

P. 10

5 <解答例>

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & 2x^2-8 & (2) \quad & 16 & (3) \quad & 6x-1 \\
 (4) \quad & 6x & (5) \quad & 3x^2+1 & (6) \quad & 9x-49 \\
 (7) \quad & 9x^2 & (8) \quad & -8x+9 & (9) \quad & 2x^2-1 \\
 (10) \quad & 9x^2-5x+34
 \end{aligned}$$

<考え方・解き方>

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & (x-2)(x+4) + x(x-2) \\
 &= x^2+2x-8+x^2-2x \\
 &= 2x^2-8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & (x-4)^2 + x(8-x) \\
 &= x^2-8x+16+8x-x^2 \\
 &= 16 \\
 (3) \quad & 9x^2 - (3x-1)^2 \\
 &= 9x^2 - (9x^2-6x+1) \\
 &= 9x^2-9x^2+6x-1 \\
 &= 6x-1 \\
 (4) \quad & (x+4)(x-4) - (x+2)(x-8) \\
 &= x^2-16 - (x^2-6x-16) \\
 &= x^2-16-x^2+6x+16 \\
 &= 6x \\
 (5) \quad & (3x-1)^2 + 6x(1-x) \\
 &= 9x^2-6x+1+6x-6x^2 \\
 &= 3x^2+1 \\
 (6) \quad & (3x+7)(3x-7) - 9x(x-1) \\
 &= 9x^2-49-9x^2+9x \\
 &= 9x-49 \\
 (7) \quad & (2x+1)^2 + (5x+1)(x-1) \\
 &= (4x^2+4x+1) + (5x^2-5x+x-1) \\
 &= 9x^2 \\
 (8) \quad & (2x-3)^2 - 4x(x-1) \\
 &= 4x^2-12x+9-4x^2+4x \\
 &= -8x+9 \\
 (9) \quad & (x+1)(x-5) + (x+2)^2 \\
 &= x^2-4x-5+x^2+4x+4 \\
 &= 2x^2-1 \\
 (10) \quad & (3x+1)(3x-1) - 5(x-7) \\
 &= 9x^2-1-5x+35 \\
 &= 9x^2-5x+34
 \end{aligned}$$

P. 10

6 <解答例>

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & (x-1)(x+8) & (2) \quad & (a-12)(a+2) \\
 (3) \quad & m(x+3)(x-2) & (4) \quad & x(2a-3)(2a+3) \\
 (5) \quad & 2(x-2)(x+5) & (6) \quad & (x+6)(x-1)
 \end{aligned}$$

<考え方・解き方>

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & x+2=M \text{ とおくと,} \\
 & \quad \quad \quad M^2+3M-18 \\
 & \quad \quad \quad = (M-3)(M+6) \\
 & \text{もとにもとすと,} \\
 & \quad \quad \quad = \{(x+2)-3\} \{(x+2)+6\} \\
 & \quad \quad \quad = (x-1)(x+8) \\
 (3) \quad & m(x^2-6)+mx & (4) \quad & 4a^2x-9x \\
 &= m\{(x^2-6)+x\} & &= x(4a^2-9) \\
 &= m(x^2+x-6) & &= x(2a-3)(2a+3) \\
 &= m(x+3)(x-2) \\
 (5) \quad & 2x^2+6x-20 & (6) \quad & x+2=M \text{ とおくと,} \\
 &= 2(x^2+3x-10) & & \quad \quad \quad M^2+M-12 \\
 &= 2(x-2)(x+5) & &= (M+4)(M-3) \\
 & & & \text{もとにもとすと,} \\
 & & &= \{(x+2)+4\} \{(x+2)-3\} \\
 & & &= (x+6)(x-1)
 \end{aligned}$$

P. 11

7 <解答例>

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & 100 & (2) \quad & 2504 & (3) \quad & 76 \\
 (4) \quad & \text{ア } (x+y)(x-y) & \text{イ } & 12\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

<考え方・解き方>

$$(1) \text{与式} = (a-2b)^2$$

$$= (478-2 \times 234)^2$$

$$= (478-468)^2$$

$$= 10^2$$

$$= 100$$

$$(2) (x+2)(y-2) = (48+2)(52-2)$$

$$= 50 \times 50$$

$$= 2500$$

左辺を展開して、

$$xy - 2x + 2y - 4 = 2500$$

よって、

$$xy - 2x + 2y = 2500 + 4$$

$$= 2504$$

$$(3) a+b=76, a-b=1 \text{ となるので、}$$

$$a^2 - b^2$$

$$= (a+b)(a-b)$$

$$= 76 \times 1$$

$$= 76$$

$$(4) x+y=6, x-y=2\sqrt{2} \text{ となるので、}$$

$$x^2 - y^2$$

$$= (x+y)(x-y)$$

$$= 6 \times 2\sqrt{2}$$

$$= 12\sqrt{2}$$

P. 11

8 <解答例>

$$(1) \text{ア } 9 \quad \text{イ } \frac{a+1}{2}$$

$$(2) b = \frac{a+4}{6}$$

$$(3) \frac{4}{3}a - b \text{ (票)}$$

$$(4) \frac{a-2b}{3} \text{ (円)}$$

$$(5) \text{ア } 14 \quad \text{イ } \frac{4}{5}t - 2$$

$$(6) 0.8a + 3b < 1000$$

$$(7) \text{① } 30 \text{ (個)} \quad \text{② } n^2 - n \text{ (個)}$$

$$(8) \text{① } ab - a \text{ (個)} \quad \text{② } (n=) 8$$

$$(9) \text{① } 65 \quad \text{② } 5n + 15$$

$$(10) \text{① } 5n + 15 \quad \text{② } \text{ア } 42 \quad \text{イ } 10$$

<考え方・解き方>

$$(1) n \sim 2n \text{ の間に } 17 \text{ が初めて現れるのは、}$$

$$n=4 \text{ のとき、} 4 \sim 8$$

$$n=5 \text{ のとき、} 5 \sim 10$$

$$n=6 \text{ のとき、} 6 \sim 12$$

$$n=7 \text{ のとき、} 7 \sim 14$$

$$n=8 \text{ のとき、} 8 \sim 16$$

$$n=9 \text{ のとき、} 9 \sim 18$$

よって、17が初めて現れるのは9段目となる。

また、奇数1が現れるのは1段目

奇数3が現れるのは2段目

奇数5が現れるのは3段目

奇数7が現れるのは4段目

よって、(奇数+1)÷2=段数であるから、

$$(a+1) \div 2 = \frac{a+1}{2}$$

$$(2) 4 \text{ 本足りないの、} a \text{ 本に } 4 \text{ 本加える。これを } b \text{ 人}$$

でわけると6本ずつになるので、

$$(a+4) \div b = 6$$

$$\frac{a+4}{b} = 6$$

$$a+4 = 6b$$

$$6b = a+4$$

$$b = \frac{a+4}{6}$$

$$(3) C \text{ の得票を } x \text{ 票、全投票数を } y \text{ 票として、A、B、}$$

C の得票を表にすると、

A	B	C	全投票数
a(票)	a+b(票)	x(票)	y(票)

ここで、yの30%がaなので、

$$y \times \frac{30}{100} = a$$

$$y = \frac{10}{3}a$$

と表せるので、

$$a + (a+b) + x = y$$

$$a + (a+b) + x = \frac{10}{3}a$$

$$2a + b + x = \frac{10}{3}a$$

$$x = \frac{10}{3}a - 2a - b$$

$$x = \frac{4}{3}a - b$$

$$(4) \text{子ども } 1 \text{ 人分の入園料を } x \text{ 円とすると、}$$

$$2b + 3x = a$$

$$3x = a - 2b$$

$$x = \frac{a-2b}{3}$$

$$(5) \text{点Pは、BからCの8目盛りを10秒で動くから、}$$

$$1 \text{ 秒で、} \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \text{ 目盛り動く}$$

よって、

$$t \text{ 秒で、} \frac{4}{5}t \text{ 目盛り動く}$$

20秒後は $t=20$ を上のに代入して、

$$\frac{4}{5} \times 20 = 16 \text{ (目盛り)}$$

A(-2)から出発しているので、2をひいて、

$$16 - 2 = 14$$

よって、20秒後の点Pの位置に対応する数は14となる。これを一般化すると、t秒後の点Pの位置に

対応する数は、 $\frac{4}{5}t - 2$ となる。

$$(6) \text{すいか } 1 \text{ 個の代金は、}$$

$$a \times (1 - 0.2) = 0.8a$$

よって、すいか1個とトマト3個の代金の合計は、

$$0.8a \times 1 + b \times 3 = 0.8a + 3b$$

これが1000円より安いので、

$$0.8a + 3b < 1000$$

$$(7) \text{①正六角形の辺上に(6-1)個の碁石が、6組並ぶと}$$

考えると、必要な碁石の個数は、(6-1)×6=30(個)となる。

$$\text{②正 } n \text{ 角形の辺上に}(n-1) \text{ 個の碁石が、} n \text{ 組並ぶ}$$

と考えると、必要な碁石の個数は、(n-1)×n=

$n^2 - n$ (個) となる。

- (8) ① 正 a 角形の辺上に $(b-1)$ 個の碁石が、 a 組並ぶと考えると、必要な碁石の個数は、 $(b-1) \times a = ab - a$ (個) となる。

- ② 正 n 角形の辺上に $(n-1)$ 個の碁石が、 n 組並ぶと考えると、必要な碁石の個数は、 $(n-1) \times n = n^2 - n$ (個) となる。同様に、正 $(n+2)$ 角形の辺上に $\{(n+1)-1\}$ 個の碁石が、 $(n+2)$ 組並ぶと考えると、必要な碁石の個数は、 $\{(n+1)-1\} \times (n+2) = n(n+2) = n^2 + 2n$ (個) と表される。このとき、 $(n^2 - n) = (n^2 + 2n) - 24$ より、 $n=8$ となる。

- (9) ① 「10の十字」は次のようになる。

	10	
11	13	15
	16	

よって、その和は、

$$10 + 11 + 13 + 15 + 16 = 65$$

- ② 「 n の十字」は次のようになる。

	n	
$n+1$	$n+3$	$n+5$
	$n+6$	

よって、その和は、

$$n + (n+1) + (n+3) + (n+5) + (n+6) = 5n + 15$$

- (10) ① 「 n の十字」は次のようになる。

	n	
$n+1$	$n+3$	$n+5$
	$n+6$	

よって、その和は、

$$n + (n+1) + (n+3) + (n+5) + (n+6) = 5n + 15$$

- ② 「 a の十字」の5枚のカードに記入された数の和が225なので、①より、

$$5a + 15 = 225$$

$$a = 42$$

次に、 m 段目の一番右の数は、 $5m-4$ と表すことができる。また、〈規則〉より、偶数段目には偶数のみ、奇数段目には奇数のみが記入される。42は偶数なので、

$5m-4$ の m に偶数を代入して考えるとよい。

$$m=8 \text{ のとき, } 5 \times 8 - 4 = 36$$

$$m=10 \text{ のとき, } 5 \times 10 - 4 = 46$$

よって、10段目の一番左の数は10、一番右の数は46となるので、42が初めて現れるのは10段目となる。

P. 16

[9] <解答例>

- (1) ア 4 イ 12 ウ 16 (2) エ 10 オ 120

$$\text{カ } \frac{a}{2} \quad \text{キ } 6a \quad (3) \quad 6b - 2(\text{cm}^3)$$

<考え方・解き方>

- (2) C を 2 個重ねると 4 番目、3 個重ねると 6 番目、4

個重ねると 8 番目……、となるから、逆に 20 番目の直方体は 10 個重ねてある。よって、エ=10となる。C は 12cm^3 で、これが 10 個重ねてあるので、その体積は $12 \times 10 = 120(\text{cm}^3)$ で、オ=120である。

a 番目の直方体は C が $\frac{a}{2}$ 個重ねてあるので、その体積は、 $12 \times \frac{a}{2} = 6a(\text{cm}^3)$ 。よって、カ = $\frac{a}{2}$ 、キ = $6a$ となる。

- (3) b の数とできる立体の体積の関係は、次のようになる。

b 番目	1	3	5	7	9	...
体積(cm^3)	4	16	28	40	52	...

表のように b が 2 増えると体積が 12 増えるから、 b が 1 増えると体積は 6 増えると考えて、次のような関係式ができる。

$$\begin{aligned} b \text{ 番目の体積} &= 4 + 6(b-1) \\ &= 6b - 2(\text{cm}^3) \end{aligned}$$

P. 17

[10] <解答例>

- (1) 9 段 (2) $7n-19$ (段) (3) $n=12$

<考え方・解き方>

- (1) 1 の旗を 4 まで持っていくために 3 段のぼり、2 の旗を運ぶために 2 段降り、2 段のぼる。3 の旗を運ぶために 1 段降り、1 段のぼる。よって、

$$3 + (2 + 2) + (1 + 1) = 9$$

(段)

- (2) 1 の旗を n まで持っていくために $(n-1)$ 段のぼり、2 の旗を n まで持っていくために $(n-2)$ 段降り、 $(n-2)$ 段のぼる。3 の旗を n まで持っていくために $(n-3)$ 段降り、 $(n-3)$ 段のぼる。4 の旗を n まで持っていくために $(n-4)$ 段降り、 $(n-4)$ 段のぼる。よって、

$$\begin{aligned} &(n-1) + 2(n-2) + 2(n-3) + 2(n-4) \\ &= 7n - 19(\text{段}) \end{aligned}$$

- (3) (2) より、1 ~ 4 の旗を 5 の旗の立っている段に集めるのに 1 段降りした段数の合計は、(2) の式に $n=5$ を代入して、

$$7 \times 5 - 19 = 16(\text{段})$$

よって、5 の段より上にある旗を運ぶために移動した段数は、

$$72 - 16 = 56(\text{段})$$

5 の段より上にある旗を運ぶには、1 段のぼり、1 段降りる、2 段のぼり、2 段降りる、……のくり返しだから、和が 56 になるまでを調べると、

$$(1+1) + (2+2) + \cdots + (7+7) = 56$$

よって、5 の段より 7 段上までで 56 段移動することになるから、 $5+7=12$ (段) となる。

P. 18

[11] <解答例>

- (1) ① 6 個 ② 13.5cm (2) $0.5n + 7.5(\text{cm})$
(3) 青 9 個、白 17 個、赤 9 個

<考え方・解き方>

- (1)①青・白・白・赤の4個で1グループをつくっているから、

$$12 \div 4 = 3 (\text{グループ})$$

1グループに白は2個含まれるので、

$$2 (\text{個}) \times 3 (\text{グループ}) = 6 (\text{個})$$

- ②1個目の8cmに、残り11個が重なっていると考えて、

$$8 + 0.5 \times 11 = 13.5 (\text{cm})$$

- (2)①②より、 n 個重ねるときの高さは、

$$8 + 0.5 \times (n - 1)$$

$$= 8 + 0.5n - 0.5$$

$$= 0.5n + 7.5 (\text{cm})$$

- (3)高さが40cmのときは、コップが何個あるかを調べる。(2)より、

$$0.5n + 7.5 = 40$$

$$n = 65 (\text{個})$$

次に、この65個に青、白、赤が何個含まれるかを調べる。(1)①と同様に、

$$65 \div 4 = 16 \cdots 1$$

よって、4個のグループが16グループできて1個余るから、

$$\text{青} \rightarrow 1 \times 16 + 1 = 17 (\text{個})$$

$$\text{白} \rightarrow 2 \times 16 = 32 (\text{個})$$

$$\text{赤} \rightarrow 1 \times 16 = 16 (\text{個})$$

同様に、高さが22.5cmのときも調べると、

$$0.5n + 7.5 = 22.5$$

$$n = 30$$

よって、

$$30 \div 4 = 7 \cdots 2$$

よって、

$$\text{青} \rightarrow 1 \times 7 + 1 = 8 (\text{個})$$

$$\text{白} \rightarrow 2 \times 7 + 1 = 15 (\text{個})$$

$$\text{赤} \rightarrow 1 \times 7 = 7 (\text{個})$$

(ア)、(イ)より高さを40cmにしたときと、22.5cmにしたときの、3色のコップの個数がわかったので、それぞれをひいて、22.5cmから40cmの間に含まれる3色のコップの個数を求める。

$$\text{青} \rightarrow 17 - 8 = 9 (\text{個})$$

$$\text{白} \rightarrow 32 - 15 = 17 (\text{個})$$

$$\text{赤} \rightarrow 16 - 7 = 9 (\text{個})$$

P. 19

⑫<解答例>

- (1) ア 14 イ 2

- (2) ウ $2n + 6$ エ $6n + 2$

オ n 番目の図形の周の長さの和は、

$$(2n + 6) + (6n + 2) = 8n + 8$$

$$= 8(n + 1)$$

$n + 1$ は自然数だから、 $8(n + 1)$ は8の倍数である。

- (3) $a = 52$, $b = 18$ $a = 67$, $b = 23$

<考え方・解き方>

- (2)表1より、雄太の図形の周は、8cmから始まって2cmずつ増えるから、 n 番目の図形の周は、

$$8 + 2(n - 1) = 2n + 6 (\text{cm})$$

同様に、春子の図形の周は、8cmから始まって6cmずつ増えるから、 n 番目の図形の周は、

$$8 + 6(n - 1) = 6n + 2 (\text{cm})$$

- (3)②より、

$$\text{雄太の } a \text{ 番目の図形の周} = 2a + 6$$

$$\text{春子の } b \text{ 番目の図形の周} = 6b + 2$$

これらが等しいので、

$$2a + 6 = 6b + 2 \cdots \text{①}$$

ここで、 b を奇数として表2を整理すると、

図形の番号	1	3	5	...	b
春子が作った図形	1	2	3	...	$\frac{b+1}{2}$

番号が2増えるとタイルAが1枚増えるから、番号

が1増えるとタイルAが $\frac{1}{2}$ 枚増えると考えて、(2)と

同様に、タイルAの枚数は、1枚から始まって $\frac{1}{2}$ 枚ずつ増えるので、 b 番の図形のタイルAの枚数は、

$$1 + \frac{1}{2}(b - 1) = \frac{b+1}{2}$$

となる。雄太の図形の a 番目のタイルAの枚数は a 枚だから、

$$a = \frac{b+1}{2} \times 5 + 7$$

$$2a = 5b + 19 \cdots \text{②}$$

また、 b を偶数として表2を整理すると、

図形の番号	2	4	6	...	b
春子が作った図形	1	2	3	...	$\frac{b}{2}$

となり、

$$a = \frac{b}{2} \times 5 + 7$$

$$2a = 5b + 14 \cdots \text{③}$$

- ①、②より、 $a = 67$, $b = 23$

- ①、③より、 $a = 52$, $b = 18$

P. 20

⑬<解答例>

- (1) 12 (2) 39 (3) ① $2a - 3$ ② $a = 32$ $b = 29$

<考え方・解き方>

- (1)7番目の図は右のようになる。

7番目						
1	4	5	8	9	⑫	13
2	3	6	7	10	11	14

- (2)右図のように、

10番目の数から

9番目の数を

ひくと19と20

が残る。

- (3) a 番目の表の数の方が5大きい場合は、例えば下の表のような $a = 8$, $b = 5$ のときである。

$a = 8$ 番目

1	4	5	8	9	12	⑬	16
2	3	6	7	10	11	14	15

$b = 5$ 番目

1	4	5	⑧	9
2	3	6	7	10

3列多い

よって、 a 番目の表の方が3列多くなるので、偶数番目の表は、右上が番数の2倍、奇数番目の表は右

下が番数の2倍であることを利用して他の枠に入る数を一般式で表すと、

a 番号

1	4	5	8	9	12	$2a-4$	$2a-3$	$2a$
2	3	6	7	10	11	$2a-5$	$2a-2$	$2a-1$

b 番号

1	4	$2b-2$	$2b-1$
2	3	$2b-3$	$2b$

3列多い

条件より、 $\square$ の差が5だから、

$$(2a-3)-(2b-2)=5$$

$$a-b=3 \cdots ①$$

3列多い部分の和が369だから、

$$2a+(2a-1)+(2a-2)+(2a-3)+(2a-4)+(2a-5)=369$$

$$12a-15=369 \cdots ②$$

①、②より、

$$a=32, b=29$$

P. 21

14 <解答例>

(1) ア 19 イ 12

(2) ①ウ $a+1$ エ $a+3$ オ $a+4$

$$\text{カ } cd-ab=(a+3)(a+4)-a(a+1)$$

$$=a^2+7a+12-a^2-a$$

$$=6a+12$$

$$=6(a+2)$$

$a+2$ は自然数だから、 $6(a+2)$ は6の倍数である。

② $a=73$ 9行目から25行目まで

<考え方・解き方>

各行の左の数は1から始まって3ずつ増えていくので、

$$\begin{aligned} n \text{ 行目の左の数} &= 1+3(n-1) \\ &= 3n-2 \quad \text{--- ☆} \end{aligned}$$

同様に、右の数は50から始まって3ずつ増えていくので、

$$\begin{aligned} n \text{ 行目の右の数} &= 50+3(n-1) \\ &= 3n+47 \quad \text{--- ★} \end{aligned}$$

図にまとめると、

1 行目	→ 1	2		49	50
2 行目	→ 4	3		52	53
⋮	⋮			⋮	
⋮	⋮			⋮	
n 行目	→ $3n-2$		$3n+47$		

(1) ☆に $n=7$ を代入すると、

$$3 \times 7 - 2 = 19$$

12行目の左の数は☆より、

$$3 \times 12 - 2 = 34$$

13行目の左の数は☆より、

$$3 \times 13 - 2 = 37$$

よって、12行目までは各行に1個ずつ35が含まれ、

13行目からは35は含まれなくなる。

(2) ②①より、 $cd-ab=6(a+2)$ だから、

$$6(a+2)=450$$

$$a=73$$

8行目の右の数は★より、

$$3 \times 8 + 47 = 71$$

9行目の右の数は★より、

$$3 \times 9 + 47 = 74$$

よって、73は9行目で初めて出てくる。

また、25行目の左の数は☆より、

$$3 \times 25 - 2 = 73$$

26行目の左の数は☆より、

$$3 \times 26 - 2 = 76$$

よって、73は26行目から出てこなくなる。

P. 22

15 <解答例>

(1) ① 6 ② 7列

(2) ① $\frac{n+1}{2}$ ② $n=53, 31$ 列

<考え方・解き方>

(1) 12列目までを表にまとめると、下の図のようになる。

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目	6 列 目	7 列 目	8 列 目	9 列 目	10 列 目	11 列 目	12 列 目
1 段目	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
2 段目	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1
3 段目	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
合計	1	0	2	1	1	1	1	1	2	0	1	2

(2) 列と3段目に並んでいる数の合計を表にまとめると、次のようになる。

列	1	3	5	7	...	n
3段目の数の合計	1	2	3	4	...	?

① 3段目の数の合計は、列に1を加えて2で割った数になるから、 n 列目までの合計は、

$$(n+1) \div 2 = \frac{n+1}{2} \cdots \star$$

② ★=27のときだから、

$$\frac{n+1}{2} = 27 \quad n=53$$

また、1段目は4列目ごとに0001をくり返し、2段目は3列目ごとに001をくり返し、3段目は2列目ごとに10をくり返すので、4、3、2の最小公倍数の12列目ごとに同じ合計をくり返す。 $53 \div 12 = 4 \cdots 5$ なので、12列のグループが4グループできて5列のこる。12列までに合計が1になるのが(1)の表より7列あり、残りの5列の中に3列あるので、

$$4 \times 7 + 3 = 31 \text{ (列)}$$

P. 23

16 <解答例>

(1) 金額1155円、重さ31g (2) $13n-8$ (g)

(3) 8331円

<考え方・解き方>

入れた硬貨	1円	50円	1円	500円	1円	50円	1円	500円	1円	50円
枚数の合計(枚)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
金額の合計(円)	1	51	52	552	553	603	604	1104	1105	1155
重さの合計(g)	1	5	6	13	14	18	19	26	27	31

(1) 表より、10枚入れたときは1155円で31gとなる。

(2) 50円の枚数と重さの関係を表にすると、

50円の枚数(枚)	1	2	3	...	n
重さの合計(g)	5	18	31	...	?

$$+13+13$$

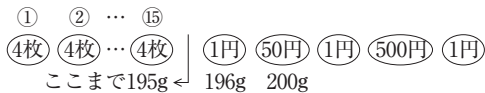
1枚増えるごとに重さは13gずつ増えているから n 枚のときの重さは、

$$5+13(n-1)=13n-8(\text{g})$$

- (3)硬貨を4枚入れたとき重さの合計は13gになり、あとは4枚ごとに13gずつ増えていく。4枚で13gのグループが200gになるまでに何グループあるかを見つければよいので、

$$200 \div 13 = 15 \cdots 5$$

図に表すと、



よって、15グループと1円、50円で200gになる。

1グループで552円だから、

$$552 \times 15 + 1 + 50 = 8331(\text{円})$$

P. 24

17<解答例>

- (1) ア 54, イ 4 (2) $6n^2$ (個) (3) $n=11$

<考え方・解き方>

- (1) 図1の正六角形をS、1辺が3cmの正六角形をTとすると、2つの正六角形の相似比は、

$$S:T=1:3$$

面積比は相似比の2乗だから、

$$S \text{ の面積} : T \text{ の面積} = 1^2 : 3^2 = 1 : 9$$

Sは正三角形6個でできているので、面積を6とすると、

$$6 : T \text{ の面積} = 1 : 9$$

$$T \text{ の面積} = 54$$

よって、Tは54個の正三角形が必要である。

- (2) 1辺が ncm の正六角形をNとすると、(1)と同様に、

$$S \text{ の面積} : N \text{ の面積} = 1^2 : n^2$$

$$6 : N \text{ の面積} = 1 : n^2$$

$$N \text{ の面積} = 6n^2$$

よって、Nは $6n^2$ (個)の正三角形が必要である。

- (3)(2)と同様に、1辺が $n+1(cm)$ の正六角形をつくるのに必要な正三角形の個数は、 $6(n+1)^2$ (個)なので、

$$6(n+1)^2 - 6n^2 = 138$$

$$(n+1)^2 - n^2 = 23$$

$$n^2 + 2n + 1 - n^2 = 23$$

$$2n + 1 = 23$$

$$n = 11$$

P. 25

18<解答例>

- (1) ア 17, イ 30 (2) 29, 59, 89
(3) ウ $6n-1$, エ 2, オ 16, カ 15 (4) 80個

<考え方・解き方>

- (1) 2と3の最小公倍数は、

$$2 \times 3 = 6$$

なので、1行目、2行目に共通する自然数は6の倍

数-1だとわかる。アはその3番目なので、

$$\text{ア} = 6 \times 3 - 1 = 17$$

また、イは、2, 3, 5の最小公倍数なので、

$$\text{イ} = 2 \times 3 \times 5 = 30$$

- (2)(1)より、1行目、2行目、3行目に共通する自然数は30の倍数-1だとわかる。

よって、答えとなる3つの自然数は、

$$30 \times 1 - 1 = 29$$

$$30 \times 2 - 1 = 59$$

$$30 \times 3 - 1 = 89$$

となる。

- (3)(1)イより、1行目と2行目に共通する n 番目の自然数は、 n を使って、

$$6n - 1 \cdots \text{ウ}$$

と表せる。また、共通する自然数のうち、最も小さい2けたの数は11なので、

$$6n - 1 = 11$$

$$n = 2 \cdots \text{エ}$$

加えて、 $100 \div 6 = 16$ あまり4より、共通する自然数のうち、最も大きい2けたの数は、

$$6 \times 16 - 1 = 95$$

で、そのときの n の値は16(オ)だと分かる。

エ、オより、求める自然数の個数は、

$$16 - 2 + 1 = 15 \cdots \text{カ}$$

である。

- (4)(2)と下の数列より、1, 2行目に共通する自然数の中で、

$$5, 11, 17, 23, \text{㉔}, 35, 41, 47, 53, \text{㉕} \cdots$$

3行目とも共通するものは、5個中1個だとわかる。

よって、

$$100 - (100 \div 5) = 80$$