第4講座　関数

P. 34

1 ＜解答例＞

(1)　$\frac{3}{2} \leqq y \leqq 4$　(2)　-2　(3)　$y=\frac{10}{x}$

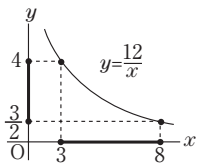
(4)　ア 12　イ 6　(5)　ア 500　イ 4250　(6)　$y=\frac{6}{x}$

(7)　$y=3$　(8)　① $a=12$　② $\frac{3}{4} \leqq m \leqq 3$

(9)　ア，イ，エ　(10)　$y=\frac{6}{5}$

＜考え方・解き方＞

(1) $y=\frac{a}{x}$ に $x=6$，$y=2$ を代入すると，$2=\frac{a}{6}$，$a=12$，
よって，比例定数は12なので，図のようにグラフに表すと，$x=3$ のとき $y=4$，
$x=8$ のとき $y=\frac{3}{2}$ となり，
y の変域は $\frac{3}{2} \leqq y \leqq 4$ である。



(2) 2点A，Bのそれぞれの座標は(2，8)，(4，4)となるので，この2点を通る直線の傾きは，

$$\text{傾き}=\frac{4-8}{4-2}=-\frac{4}{2}=-2$$

(3) $y=\frac{a}{x}$ に $x=2$，$x=5$ をそれぞれ代入すると，

$x=2$ のとき，$y=\frac{a}{2}$…①

$x=5$ のとき，$y=\frac{a}{5}$…②

①＝②＋3より，

$\frac{a}{2}=\frac{a}{5}+3$

$5a=2a+30$

$a=10$

よって，$y=\frac{10}{x}$

(4)① に $x=3$ を代入すると，

$y=\frac{4}{3}\times 3$

$y=4$

よって，①，②の交点の座標は(3，4)で，②のグラフはこの点を通るので，$a=xy$ より，$a=3\times 4=12$，
イに入る数を求めるには，$xy=12$ より，積が12となる x と y の自然数の組み合わせを考える。
$(x, y)=(1, 12)(2, 6)(3, 4)(4, 3)(6, 2)(12, 1)$
以上の6組である。

(5) 2人の出発してからの時間を x 分，走った距離を ym とすると，一郎のグラフを表す式は，1000m を4分で走っているので，

$1000\div 4=250$ より，$y=250x$

同様にして，大輔のグラフを表す式は，

$800\div 4=200$ より，$y=200x$

$x=10$ をそれぞれに代入して，

一郎：$y=250\times 10=2500$

大輔：$y=200\times 10=2000$ より，

$2500-2000=500$ →ア

スタート地点から［イ］m 地点を一郎が t 分後に通過したとすると，大輔は $t+4\frac{1}{4}$ 分後に通過するので，

$250t=200\left(t+4\frac{1}{4}\right)$ より，

$t=17$

よって，$250\times 17=4250$ →イ

(6)反比例の式を $y=\frac{a}{x}$ とすると，

点Aの y 座標 $=\frac{a}{3}$

点Bの y 座標 $=\frac{a}{-1}=-a$

この差が8だから，

$\frac{a}{3}-(-a)=8$

$a=6$

よって，求める式は $y=\frac{6}{x}$ である。

(7)反比例なので，$xy=$一定だから，

$2\times 9=6\times y$

$6y=18$

$y=3$

(8)① $y=\frac{a}{x}$ より $a=xy$ これに(2，6)を代入して，

$a=2\times 6=12$

② $y=mx$ に(2，6)を代入して，

$m=3$ … i

①より，$12=xy$ に $x=4$ を代入して，

$12=4y$

$y=3$

よって，B(4，3)なので，これを $y=mx$ に代入して，

$3=4m$

$m=\frac{3}{4}$ … ii

したがって，i，iiより，$\frac{3}{4} \leqq m \leqq 3$

(9) x の値が決まると，それにともなって y の値も1つに決まるのが関数であり，ウ，オはこの定義を満たしていない。

(10) 反比例なので，$xy=$一定だから，

$2\times 3=5\times y$

$5y=6$

$y=\frac{6}{5}$

P. 37

2 ＜解答例＞

(1)　①時速30km　②24分後

(2)　①午前10時26分40秒　②$10.8 \leqq a < 13.5$

(3)　①2420円　②880円

⑷　①5080円　②$1200<a<1320$

⑸　①妹：毎秒1 m，姉：毎秒1.25m
　　②30秒後

⑹　①60秒後　　②$a=5.5$，$b=0.8$

⑺　①毎分220m　②22分40秒後

⑻　①$a=3$　②15分後　③$1 \leqq b<4$

⑼　①ウ　②2

⑽　①カ　②-1　③-4，2

＜考え方・解き方＞

⑴①グラフより，8 kmを16分($\frac{16}{60}$時間)で進むことが分かるので，

$8 \div \frac{16}{60}=30$(時速30km)

②大輔さんの式は，速さが時速15kmなので，傾きは

$\frac{15}{60}=\frac{1}{4}$

よって，$y=\frac{1}{4}x$… i

バスの式は2点(20，8)，(36，0)を通るので，傾きは，

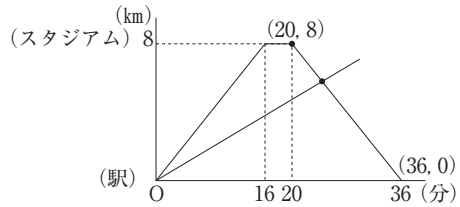
$\frac{0-8}{36-20}=-\frac{1}{2}$

求める式を$y=-\frac{1}{2}x+b$とおき，(36，0)を代入して，$b=18$

よって，$y=-\frac{1}{2}x+18$… ii

i，iiを連立方程式で解いて，$(x，y)=(24，6)$

したがって，24(分後)



⑵①バスの直線の式はグラフより，(20，9)，(35，0)の2点を通ることがわかるので，

$y=-\frac{3}{5}x+21$… i

大輔さんの式は，時速18kmより，傾きは，$\frac{18}{60}=\frac{3}{10}$，また，グラフより(10，0)を通ることがわかるので，求める式を$y=\frac{3}{10}x+b$とおき，これに(10，0)を代入して，

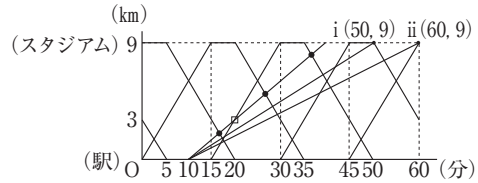
$y=\frac{3}{10}x-3$… ii

i，iiを連立方程式で解いて，

$x=\frac{80}{3}\left(26\frac{2}{3}\right)$

$\frac{80}{3}\left(26\frac{2}{3}\right)$分は26分40秒のことなので，

午前10時26分40秒



②上図より，条件を満たすには，50分から60分の間に大輔さんがスタジアムに到着すればよいことがわかる。到着するのが50分のとき，aの値は，

$9 \div \frac{50-10}{60}=\frac{27}{2}(13.5)$… i

到着するのが60分のとき，aの値は，

$9 \div \frac{60-10}{60}=\frac{54}{5}(10.8)$… ii

i，iiより，$10.8 \leqq a<13.5$

⑶①1か月間の水の使用量が23m³のときの水道料金は，$400+40\times10+120\times10+140\times3=2420$円となる。

②大輔さんが住んでいる市の1か月当たりの水道料金の基本料金をx円とする。このとき，大輔さんが住んでいる市で1か月間の水の使用量が28m³のときの水道料金は，$x+80\times28=x+2240$円となる。また，美咲さんが住んでいる市で1か月間の水の使用量が28m³のときの水道料金は，$400+40\times10+120\times10+140\times8=3120$円となる。

よって，$x+2240=3120$より，

$x=880$

したがって，大輔さんが住んでいる市の1か月当たりの水道料金の基本料金は880円となる。

⑷①1か月間の水の使用量はxm³なので，ヒバリ市の水道料金は，$620+140\times10+170\times(x-20)$(円)となる。

また，リンドウ市の水道料金は，$900+110\times x$(円)となる。

それぞれの市の水道料金が等しくなるので，

$620+140\times10+170\times(x-20)=900+110\times x$

これを解いて，$x=38$(m³)となる。

$x=38$をリンドウ市の水道料金を表す式に代入すると，

$900+110\times38=5080$(円)となる。

②基本料金a円，使用量ごとの料金を1 m³につき80円，1か月間の水の使用量はxm³なので，水道料金は$a+80x$(円)と表せる。よって，＜条件＞の1つ目の，水の使用量が10m³のとき，$x=10$を代入して，$a+80\times10=a+800$(円)と表せる。このときのヒバリ市の水道料金は$620+0=620$(円)。リンドウ市の水道料金は，$900+110\times10=2000$(円)。よって，水道料金はリンドウ市の水道料金2000円より高くなるように設定するので，

$a+800=2000$より，

$a=1200$

よって，基本料金を1200円より高くする。

また，＜条件＞の2つ目の，水の使用量が30m³のとき，$x=30$を代入して，$a+80\times30=a+2400$

(円)と表せる。このときのヒバリ市の水道料金は$620+140\times10+170\times10=3720$(円)。リンドウ市の水道料金は,$900+110\times30=4200$(円)。よって,水道料金はヒバリ市の水道料金3720円より安くなるように設定するので,

$a+2400=3720$より,

$a=1320$

よって,基本料金を1320円より安くする。

したがって,$1200<a<1320$となる。

(5) ①グラフより,妹は1往復50mを50秒で泳いでいる。よって,速さは$50\div50=1$(m/秒)となる。

姉は,1往復50mを40秒で泳いでいる。よって,速さは$50\div40=1.25$(m/秒)となる。

②妹の式は,(25, 25),(50, 0)を通るので,

傾きは$\frac{0-25}{50-25}=-\frac{25}{25}=-1$

求める式を$y=-x+b$とおき,(50, 0)を代入して,

$b=50$

よって,$y=-x+50\cdots$ i

姉の式は,(14, 0),(34, 25)を通るので,

傾きは$\frac{25-0}{34-14}=\frac{25}{20}=\frac{5}{4}$

求める式を$y=\frac{5}{4}x+b$とおき,(14, 0)を代入して,

$b=-\frac{35}{2}$

よって,$y=\frac{5}{4}x-\frac{35}{2}\cdots$ ii

i, iiを連立方程式で解いて,

$(x, y)=(30, 20)$

したがって,30(秒後)となる。

(6) ①2回目にすれちがった時間は,姉と妹の直線の式をそれぞれ求め,その交点のx座標となる。

よって,姉の$48\leqq x\leqq68$での式は,(48, 25),(68, 0)を通る直線より,

$y=-\frac{5}{4}x+85\cdots$ i

妹の$50\leqq x\leqq75$での式は,(50, 0),(75, 25)を通る直線より,

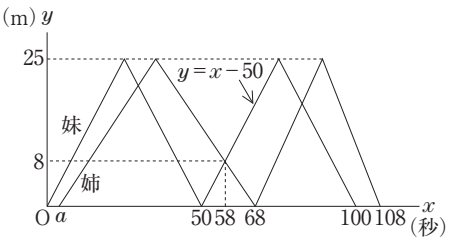
$y=x-50\cdots$ ii

i, iiを連立方程式で解いて,

$(x, y)=(60, 10)$

したがって,60(秒後)となる。

②



次の日,姉がプールを泳いで2往復したグラフは,上図のようになる。

$x=58$を$y=x-50$に代入して,$y=58-50=8$となる。よって,姉の平泳ぎの速さは$68-58=10$秒で8m泳ぐので,$b=8\div10=0.8$(m/秒)となる。

また,姉が平泳ぎで1往復するのにかかる時間は,$50\div0.8=62.5$(秒)より,姉は,妹がスタートしてから$a=68-62.5=5.5$(秒後)にスタートしている。

(7) ①グラフより,1760mを8分で走るので,

$1760\div8=220$(m/分)

②直樹さんの式は,(12, 2400),(27, 4800)を通るので,

$y=160x+480\cdots$ i

航平さんの式は,(4, 0),(12, 1760)を通るので,

$y=220x-880\cdots$ ii

i, iiを連立方程式で解いて,

$x=\frac{68}{3}(22\frac{2}{3})$

よって,22分40秒後となる。

(8) ①健太さんが1周を走り終えたのは,スタートして12分後。このとき,航平さんは,

$2400-240=2160$m地点を走っている。

よって,$(2160\div240=)$9分でたどりつくので,

$a=12-9=3$

②直樹さんの式は,(12, 2400),(27, 4800)を通るので,

$y=160x+480\cdots$ i

航平さんの式は,(3, 0),(12, 2160)を通るので,

$y=240x-720\cdots$ ii

i, iiを連立方程式で解いて,

$x=15$

よって,15分後となる。

③航平さんが直樹さんに並んでから2分後の$x=17$をiiに代入すると,$y=3360$

$y=3360$をiの式に代入すると,$x=18$

このときに,航平さんが立ち止まるとすると,

$b=18-17=1$

航平さんが,そのまま2週目を走り終えるとすると,iiの式に,$y=4800$を代入して,$x=23$分後。

このとき,直樹さんを$27-23=4$分待つことになる。

よって,$1\leqq b<4$

(9) ①グラフをy軸の正の方向に平行移動するためには,切片を大きくするとよい。よって,ウとなる。

②$y=3x+1$と$y=-x+3$を連立方程式で解いて,

$(x, y)=(\frac{1}{2}, \frac{5}{2})$

これを$y=x+b$に代入して,

$\frac{5}{2}=\frac{1}{2}+b$

$b=2$

(10) ①二元一次方程式$ax+by+c=0$を,yをxを使った式で表すと,$y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$となる。グラフを$y$軸の正の方向に平行移動するには,切片を大きくするとよい。このとき,切片$-\frac{c}{b}$の符号が負であ

ることに注意する。また，b の値を小さくしても切片は大きくなるが，その場合，傾きも変わってしまうため，平行移動にならない。よって，カとなる。

②$2x-y-1=0$ と $x+y-3=0$ を連立方程式で解いて，

$(x,\ y)=(\frac{4}{3},\ \frac{5}{3})$

これを $ax+2y-2=0$ に代入して，

$\frac{4}{3}a+\frac{10}{3}-2=0$

$a=-1$

③それぞれの式を y を x を使った式で表すと，

$y=2x-1$…①

$y=-x+3$…②

$y=-\frac{a}{2}x+1$…③

2 つの直線が平行となるとき，傾きが等しいので，

(ⅰ)①と③の傾きが等しいとき，

$-\frac{a}{2}=2$

$a=-4$

(ⅱ)②と③の傾きが等しいとき，

$-\frac{a}{2}=-1$

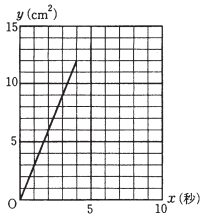
$a=2$

(ⅰ)，(ⅱ)より，$a=-4,\ 2$

P. 46

3 ＜解答例＞

(1) 6 秒後　(2) ①



② $x=2,\ 5$

＜考え方・解き方＞

(1) t 秒後に出会うとすると，

(A ～ B ～ P) + (D ～ C ～ Q)

=18である。

ここで，

(A ～ B ～ P) $=t$

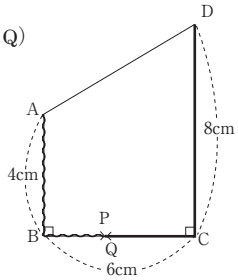
(D ～ C ～ Q) $=2t$

となるから，

$t+2t=18$

$t=6$

よって，6 秒後に出会う。



(2)①右図のように，点 P が AB 上にあるとき，

△APQ の底辺 AP $=x$(cm)，

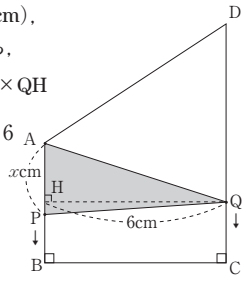
高さ QH=6(cm)だから，

$\triangle APQ=\frac{1}{2}\times AP\times QH$

$y=\frac{1}{2}\times x\times 6$

$y=3x$

となるので，$0\leqq x\leqq 4$ の変域で，この式のグラフをかく。



②右図のように，点 P，Q が辺 BC 上にあるとき，

△APQ は底辺が PQ，高さが辺 AB である。ここで，

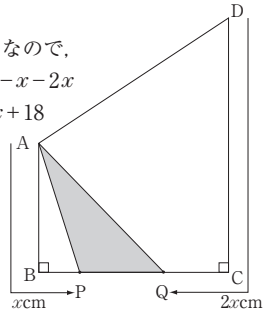
A ～ B ～ C ～ D = 4 + 6 + 8 = 18，

A ～ B ～ P $=x$，

D ～ C ～ Q $=2x$ なので，

$PQ=18-x-2x$

$=-3x+18$



となる。よって，

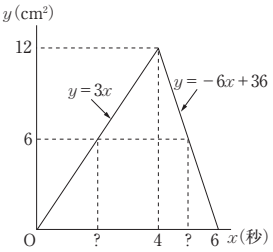
点 P，Q が辺 BC 上にあるときの x，y の関係式は次のようになる。

$\triangle APQ=\frac{1}{2}\times PQ\times AB$

$y=\frac{1}{2}\times(-3x+18)\times 4$

$y=-6x+36$

①，②より，x，y の関係をグラフに表すと，右図のようになるので，$y=6$ を $y=3x$ と $y=-6x+36$ に それぞれ代入して，x の値を求めればよい。



$y=3x$ に代入して，

$6=3x$

$x=2$

$y=-6x+36$ に代入して，

$6=-6x+36$

$x=5$

P. 46

4 ＜解答例＞

(1) $a=\frac{3}{2}$　(2) $a=\frac{1}{4}$　(3) $y=\frac{16}{3}$

(4) $0\leqq y\leqq 12$　(5) $a=\frac{4}{5}$

＜考え方・解き方＞

(1)直線 PQ と y 軸の交点を R とする。P$(-2,\ 4a)$，R$(0,\ 3)$，Q$(1,\ a)$であるから，

PR の傾き $=\dfrac{3-4a}{0-(-2)}$…①

RQ の傾き $=\dfrac{a-3}{1-0}$…②

PR の傾き＝RQ の傾きであるから，①，②より，

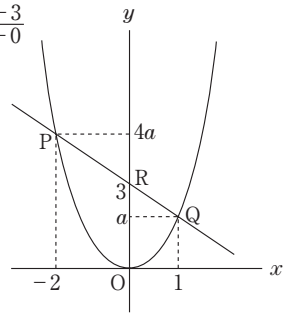
$\dfrac{3-4a}{0-(-2)}=\dfrac{a-3}{1-0}$

$\dfrac{3-4a}{2}=a-3$

$3-4a=2a-6$

$-6a=-9$

$a=\dfrac{3}{2}$



(2) $y=ax^2$で，x が -1 から 3 まで増加するときの変化の割合は，$y=\dfrac{1}{2}x+b$ の傾きと等しくなるので，

$\dfrac{9a-a}{3-(-1)}=\dfrac{1}{2}$

$\dfrac{8a}{4}=\dfrac{1}{2}$

$a=\dfrac{1}{4}$

(3) $y=ax^2$に $x=-3$，$y=12$を代入して，

$12=9a$

$a=\dfrac{4}{3}$

$y=\dfrac{4}{3}x^2$に $x=2$を代入して，

$y=\dfrac{4}{3}\times 4$

$y=\dfrac{16}{3}$

(4) $\dfrac{1}{3}>0$だから上に開くグラフなので，

$x=0$のとき，y の最小値＝0

$x=6$のとき，y の最大値 $=\dfrac{1}{3}\times 6^2=12$

よって，y の変域は $0\leqq y\leqq 12$

(5) $y=ax^2$でx がm からn まで増加するときの変化の割合は$a(m+n)$で表されるので，

$a(1+4)=4$

$a=\dfrac{4}{5}$

P. 47

5＜解答例＞

(1) 8　　(2) $-\dfrac{2}{3}$　　(3) $y=-\dfrac{2}{3}x+4$

(4) 7 個

＜考え方・解き方＞

(1) $y=\dfrac{2}{9}x^2$に $x=-6$を代入して，

$y=\dfrac{2}{9}\times(-6)^2$

$=8$

(2)A$(-6,\ 8)$，B$(3,\ 2)$だから，

変化の割合 $=\dfrac{2-8}{3-(-6)}$

$=-\dfrac{2}{3}$

(3)(2)より，A$(-6,\ 8)$，B$(3,\ 2)$を通る直線の式を求める。

(4)右図で，

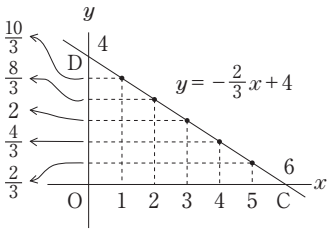
$x=1$のとき

$y=\dfrac{10}{3}\left(3\dfrac{1}{3}\right)$

だから，

$0<y<3\dfrac{1}{3}$の範囲

に，整数は3 個ある。



同様に，$x=2$のとき $y=\dfrac{8}{3}\left(2\dfrac{2}{3}\right)$ だから2 個。

$x=3$のとき $y=2$だから1 個。（2 は含まない）

$x=4$のとき $y=\dfrac{4}{3}\left(1\dfrac{1}{3}\right)$だから1 個。

$x=5$のとき $y=\dfrac{2}{3}$だから0 個。

よって，$3+2+1+1=7$(個)

P. 47

6＜解答例＞

(1) $a=\dfrac{3}{4}$，$b=48$　　(2) $y=\dfrac{1}{2}x+2$

(3) ① $\dfrac{3}{2}t^2-4-t$　② $\left(\dfrac{8}{3},\ \dfrac{16}{3}\right)$

＜考え方・解き方＞

(1)A$(4,\ 16a)$，

B$(2,\ 4a)$なので，

$\dfrac{16a-4a}{4-2}=\dfrac{9}{2}$

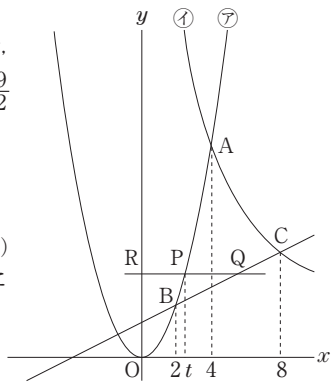
$\dfrac{12a}{2}=\dfrac{9}{2}$

$a=\dfrac{3}{4}$

よって，A$(4,\ 12)$なので，㋑の式に代入して，

$12=\dfrac{b}{4}$

$b=48$



(2)B$(2,\ 3)$，C$(8,\ 6)$を通る直線の式を求める。

(3)① P$\left(t,\ \dfrac{3}{4}t^2\right)$とおけるので，点 Q の y 座標は$\dfrac{3}{4}t^2$となる。$y=\dfrac{3}{4}t^2$を(2)の式 $y=\dfrac{1}{2}x+2$に代入して，

$\dfrac{3}{4}t^2=\dfrac{1}{2}x+2$

$\dfrac{1}{2}x=\dfrac{3}{4}t^2-2$

$x=\dfrac{3}{2}t^2-4$

よって，点 Q の x 座標は$\dfrac{3}{2}t^2-4$である。

よって，

$$PQ=\left(\frac{3}{2}t^2-4\right)-t$$

$$=\frac{3}{2}t^2-t-4$$

② PR＝t なので PQ：PR＝3：2より，

$$\left(\frac{3}{2}t^2-t-4\right):t=3:2$$

$$3t^2-2t-8=3t$$

$$3t^2-5t-8=0$$

$$t=\frac{5\pm\sqrt{25+96}}{6}$$

$$=\frac{5\pm11}{6}$$

$$t=-1,\ \frac{8}{3}$$

$2<t<4$より，$t=\frac{8}{3}$

P. 48

7 ＜解答例＞

(1)　$a=\frac{3}{4}$　　(2)　$y=2x+4$

(3)　-2　　(4)　(2，3)

＜考え方・解き方＞

(1)$y=ax^2$に(4，12)を代入して，$a=\frac{3}{4}$

(2)切片が4なので，求める式を$y=mx+4$とおき，これに(4，12)を代入して，

$12=4m+4$

$m=2$

よって，$y=2x+4$

(3)(2)より，$y=2x+4$に$y=0$を代入して，

$0=2x+4$

$x=-2$

(4)点Pのy座標をhとおく。

△BPQ＝△ABOより，

$8\times h\times\frac{1}{2}=2\times12\times\frac{1}{2}$

$h=3$

$y=\frac{3}{4}x^2$に$y=3$を代入

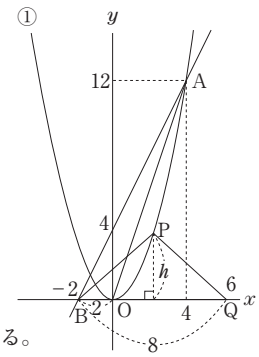
$3=\frac{3}{4}x^2$

$x^2=4$

$x=\pm2$

$x>0$なので，$x=2$

よって，P(2，3)と分かる。



P. 48

8 ＜解答例＞

(1)　$a=\frac{1}{3}$　　(2)　$y=-\frac{1}{3}x+2$

(3)　①14　②$\frac{5}{11}$倍

＜考え方・解き方＞

(1)$y=x+6$に$x=-3$を代入して，

$y=-3+6$

$=3$

よって，A(−3，3)。これを$y=ax^2$に代入して，

$a=\frac{1}{3}$

(2)(1)より，$y=\frac{1}{3}x^2$に$x=2$を代入して，

$y=\frac{4}{3}$

よって，C(2，$\frac{4}{3}$)。よって，A(−3，3)，C(2，$\frac{4}{3}$)を通る直線の式を求めるとよい。

(3)①△ACP＝△ACBになるには，AC∥PBであればよい。点Bのy座標は，Aのy座標より9だけ大きいので，

$3+9=12$

$y=12$を㋑の$y=x+6$に代入して，

$12=x+6$

$x=6$

よって，B(6，12)

AC∥PBより，

求める式を

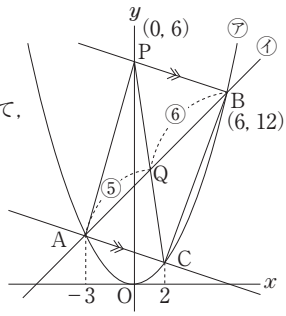
$y=-\frac{1}{3}x+b$

とおき，

B(6，12)を代入して，

$12=-\frac{1}{3}\times6+b$

$b=14$



点Pは直線PBの切片なので点Pのy座標は14である。

(3)②線分ABと線分PCの交点をQとする。AC∥PBより，△AQC∽△BQPとなる。

ここで，相似比AC：BPは，AとC，PとBのx座標の差として考えるので，

AC：BP＝|2−(−3)|：(6−0)＝5：6

これより，

AB：AQ＝(5＋6)：5＝11：5

左図より，△ACBと△ACPの重なっている部分は△AQCだとわかる。△ACBと△AQCの底辺をそれぞれ，AB，AQとすると高さは等しいので，

△ACB：△AQC＝AB：AQ＝11：5

よって，△AQCは△ACBの$\frac{5}{11}$倍である。

P. 49

9 ＜解答例＞

(1)　9　　(2)　$y=\frac{1}{2}x+6$

(3)　①6　②$3\sqrt{5}$

＜考え方・解き方＞

(1)$y=\frac{1}{4}x^2$に$x=6$を代入して，

$y=\frac{1}{4}\times6^2$

$=9$

(2) $y=\frac{1}{4}x^2$ に $x=-4$ を代入して，

$y=\frac{1}{4}\times(-4)^2$

$=4$

よって，直線 AB は $(-4,\ 4)$，$(6,\ 9)$ を通ることがわかる。

(3)①(2)より，$y=\frac{1}{2}x+6$ に $x=2$ を代入して，

$y=\frac{1}{2}\times2+6$

$=7$

よって，P$(2,\ 7)$

$y=\frac{1}{4}x^2$ に $x=2$ を代入して，

$y=\frac{1}{4}\times2^2$

$=1$

よって，Q$(2,\ 1)$

したがって 2 点 P，Q の距離は，

$7-1=6$

②$\angle ARQ=90°$ となるように，△ARQ をつくる。

AR の長さは，

$2-(-4)=6$

RQ の長さは

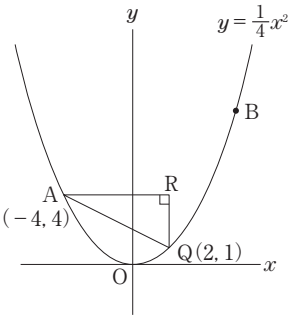
$4-1=3$

三平方の定理より，

$AQ^2=6^2+3^2$

$AQ^2=45$

$AQ=3\sqrt{5}$



P. 49

10 ＜解答例＞

(1) $a=\frac{1}{4}$ (2) $y=\frac{1}{2}x+2$

(3) ①$\left(\frac{3}{2},\ \frac{11}{4}\right)$ ②$\frac{21}{4}$倍

＜考え方・解き方＞

(1) $y=-\frac{1}{3}x^2$ に $y=-3$ を代入して，

$-3=-\frac{1}{3}x^2$

$x^2=\pm3$

点 A は $x<0$ なので，$x=-3$

直線 AB は原点と A$(-3,\ -3)$ を通るので，

その式は $y=x$ だとわかる。

$y=x$ に $x=4$ を代入して，

$y=4$

つまり B の座標は$(4,\ 4)$である。これを

$y=ax^2$ に代入して，

$4=16a$

$a=\frac{1}{4}$

(2)(1)より，$y=\frac{1}{4}x^2$ に $x=-2$ を代入して，

$y=\frac{1}{4}\times(-2)^2$

$=1$

よって，C$(-2,\ 1)$

したがって，直線 BC は B$(4,\ 4)$，C$(-2,\ 1)$ を通る直線だとわかる。

(3)①点 P の x 座標を t とおく。

△OPC の底辺を直線 BC の切片，高さを点 P，点 C の x 座標の差と考えて，

$\triangle OPC=2\times\{t-(-2)\}\times\frac{1}{2}=t+2$

次に，直線 AB の式 $y=x$ に $x=-2$ を代入して，$y=-2$。点 C の y 座標が 1 より，

△ABC の底辺をその y 座標の差，高さを点 A，点 B の x 座標の差と考えて，

$\triangle ABC=\{1-(-2)\}\times\{4-(-3)\}\times\frac{1}{2}=\frac{21}{2}$

よって，△OPC は△ABC の$\frac{1}{3}$なので，

$t+2=\frac{21}{2}\times\frac{1}{3}$

$t=\frac{3}{2}$

点 P の y 座標は $y=\frac{1}{2}x+2$ に $x=\frac{3}{2}$ を代入して，

$\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}+2=\frac{11}{4}$

したがって，P$\left(\frac{3}{2},\ \frac{11}{4}\right)$である。

②点 Q の y 座標は $y=-\frac{1}{3}x^2$ に $x=\frac{3}{2}$ を代入して，

$y=-\frac{1}{3}\times\left(\frac{3}{2}\right)^2=-\frac{3}{4}$

よって，Q$\left(\frac{3}{2},\ -\frac{3}{4}\right)$

また，直線 AB の式 $y=x$ に $x=\frac{3}{2}$ を代入して，

$y=\frac{3}{2}$となる。その座標を R とすると，R$\left(\frac{3}{2},\ \frac{3}{2}\right)$である。

△ABQ の底辺を RQ，高さを点 A，点 B の x 座標の差と考えて，

$\triangle ABQ=\left\{\frac{3}{2}-\left(-\frac{3}{4}\right)\right\}\times\{4-(-3)\}\times\frac{1}{2}=\frac{63}{8}$

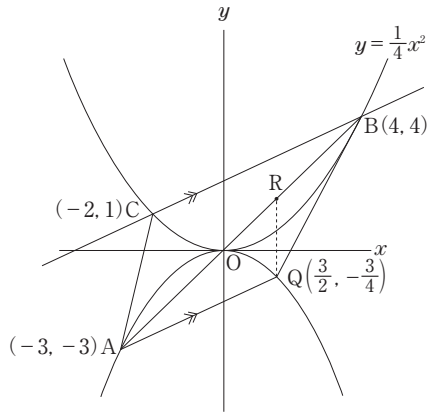
四角形 AQBC $=\triangle ABC+\triangle ABQ$

$=\frac{21}{2}+\frac{63}{8}=\frac{147}{8}$

△OPC は△ABC の$\frac{1}{3}$なので，

$\triangle OPC=\frac{21}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{7}{2}$

よって，$\frac{147}{8}\div\frac{7}{2}=\frac{21}{4}$(倍)



P. 50

11＜解答例＞

(1)　12　　(2)　$a=\frac{1}{2}$

(3)　$y=-\frac{1}{2}x+6$　　(4)　$\left(-\frac{4}{3}, \frac{20}{3}\right)$

＜考え方・解き方＞

(1) $y=-x+12$に$y=0$を代入して，$x=12$

(2) $y=-x+12$に$x=4$を代入して，$y=8$

よって，A(4, 8)。これを$y=ax^2$に代入して，

$8=16a$

$a=\frac{1}{2}$

(3)点Bは点Aとy軸について対称な点なので，

B(−4, 8)

B(−4, 8)，C(12, 0)より，傾きは，

$\frac{0-8}{12-(-4)}=-\frac{1}{2}$

求める式を$y=-\frac{1}{2}x+b$とおき，(12, 0)を代入して，

$b=6$

したがって，$y=-\frac{1}{2}x+6$

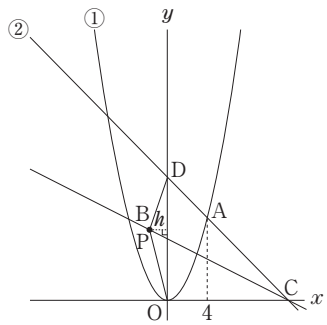
(4)△CDOの面積は，

$12\times12\times\frac{1}{2}=72$

△POC＋△PCD＝80になるときなので，

△CDO＜(△POC＋△PCD)

つまり，点Pは$x<0$の範囲になければならないので，下図のようになる。



△PDOの高さをhとおく。△PDOの面積をhを使って表すと，

$12\times h\times\frac{1}{2}=6h$

△POC＋△PCD＝△CDO＋△PDO＝80であればよいので，

$72+6h=80$

これを解いて，$h=\frac{4}{3}$

よって，点Pのx座標は$-\frac{4}{3}$，これを$y=-\frac{1}{2}x+6$に代入して，$y=\frac{20}{3}$

したがって，P$\left(-\frac{4}{3}, \frac{20}{3}\right)$

P. 50

12＜解答例＞

(1)　$y=\frac{1}{4}x+3$　　(2)　ア(8, 8)　イ(4, 4)

(3)　$\left(\frac{28}{5}, \frac{22}{5}\right)$

＜考え方・解き方＞

(1)$y=\frac{1}{8}x^2$に$x=-4$を代入して，A(−4, 2)

$y=\frac{1}{8}x^2$に$x=6$を代入して，B$\left(6, \frac{9}{2}\right)$

A(−4, 2)，B$\left(6, \frac{9}{2}\right)$を通る直線なので，

$y=\frac{1}{4}x+3$

(2)点Cのx座標をmとする。これを$y=\frac{1}{8}x^2$に代入して，C$\left(m, \frac{1}{8}m^2\right)$

四角形ODCEは正方形なので，OD＝OEより，

$m=\frac{1}{8}m^2$

これを解いて，

$m=0, 8$

$m>0$より，$m=8$。よって，C(8, 8)…ア

正方形の面積を二等分するには，二等分線が対角線の交点(中点)を通ればよい。

対角線の交点(中点)をMとする。

C(8, 8)，O(0, 0)より，Mの座標は，

$\left(\frac{8+0}{2}, \frac{8+0}{2}\right)=(4, 4)$…イ

ここで，$y=\frac{1}{4}x+3$に(4, 4)を代入すると，

$4=4$

等式が成り立つので，$y=\frac{1}{4}x+3$はM(4, 4)を通ることがわかる。

(3)点Pのx座標をtとおく。これを$y=\frac{1}{4}x+3$に代入して，P$\left(t, \frac{1}{4}t+3\right)$

$\triangle PCE=8\times\left\{8-\left(\frac{1}{4}t+3\right)\right\}\times\frac{1}{2}=20-t$…①

直線 AB と y 軸との交点を F とおくと，

$\triangle OPA = \triangle OFA + \triangle OFP$

$= 3\times 4\times\frac{1}{2} + 3\times t\times\frac{1}{2}$

$= 6 + \frac{3}{2}t \cdots ②$

①，②より，

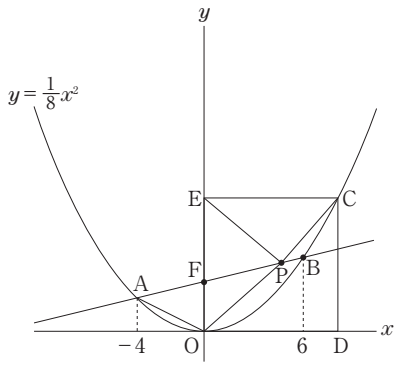
$20 - t = 6 + \frac{3}{2}t$

これを解いて，

$t = \frac{28}{5}$

点 P の y 座標は，$\frac{1}{4}\times\frac{28}{5} + 3 = \frac{22}{5}$

よって，$\left(\frac{28}{5},\ \frac{22}{5}\right)$



P. 51

13 ＜解答例＞

(1) 1　(2) (4, 4)　(3) $y = \frac{1}{2}x + 2$

(4) $\left(\frac{4}{3},\ \frac{8}{3}\right)$

＜考え方・解き方＞

(1) $y = \frac{1}{4}x^2$ に $x = -2$ を代入。$y = \frac{1}{4}\times(-2)^2 = 1$。よって，点 A の y 座標は 1 となる。

(2) 点 B の y 座標は，点 A の y 座標より，3 だけ大きいので 4 となる。

よって，$y = \frac{1}{4}x^2$ に $y = 4$ を代入して，

$4 = \frac{1}{4}x^2$

$x^2 = 16$

$x = \pm 4$

$x > 0$ より，

$x = 4$

したがって，点 B の座標は，(4, 4) となる。

(3) A(−2, 1)，B(4, 4) を通る直線の式を求める。

(4) 点 P の x 座標を t とすると，

P$\left(t,\ \frac{1}{2}t+2\right)$，Q$\left(t,\ \frac{1}{4}t^2\right)$，R$(t,\ 0)$ となる。

よって，PQ $= \left(\frac{1}{2}t+2\right) - \left(\frac{1}{4}t^2\right) = \frac{1}{2}t + 2 - \frac{1}{4}t^2$

QR $= \left(\frac{1}{4}t^2\right) - (0) = \frac{1}{4}t^2$

ここで，PQ：QR = 5：1 より，

$\frac{1}{2}t + 2 - \frac{1}{4}t^2 : \frac{1}{4}t^2 = 5 : 1$

$3t^2 - t - 4 = 0$

$t = -1,\ \frac{4}{3}$

$t > 0$ なので，

$t = \frac{4}{3}$

したがって，点 P の座標は $\left(\frac{4}{3},\ \frac{8}{3}\right)$ となる。

P. 51

14 ＜解答例＞

(1) $a = \frac{3}{4}$　(2) $y = \frac{3}{2}x + 6$

(3) ① $\frac{3}{2}$　② 9 倍

＜考え方・解き方＞

(1) A の y 座標が 3 より，㋑の $y = -x + 1$ に $y = 3$ を代入すると，$3 = -x + 1$，よって，$x = -2$。よって，点 A の x 座標は −2 となる。$x = -2$，$y = 3$ を㋐の $y = ax^2$ に代入して，$3 = a\times(-2)^2$ より，$a = \frac{3}{4}$ となる。

(2) A(−2, 3)，C(4, 12) を通る直線の式を求める。

(3)① 点 P の x 座標を t とすると，

P$(t,\ \frac{3}{4}t^2)$，Q$(t,\ \frac{3}{2}t+6)$，R$(t,\ -t+1)$ となる。

よって，PQ $= \left(\frac{3}{2}t+6\right) - \left(\frac{3}{4}t^2\right) = \frac{3}{2}t + 6 - \frac{3}{4}t^2 \cdots ①$

PR $= \left(\frac{3}{4}t^2\right) - (-t+1) = \frac{3}{4}t^2 + t - 1 \cdots ②$

ここで，PQ：PR = 3：1 と①，②より，

$\frac{3}{2}t + 6 - \frac{3}{4}t^2 : \frac{3}{4}t^2 + t - 1 = 3 : 1$

$2t^2 + t - 6 = 0$

$t = -2,\ \frac{3}{2}$

$\frac{2}{3} < t < 4$ なので，

$t = \frac{3}{2}$

したがって，点 P の x 座標は $\frac{3}{2}$ となる。

②① より，P$\left(\frac{3}{2},\ \frac{27}{16}\right)$，Q$\left(\frac{3}{2},\ \frac{33}{4}\right)$，R$\left(\frac{3}{2},\ -\frac{1}{2}\right)$ となる。

条件より，PQ：PR = 3：1。

また，AB：BR $= \frac{8}{3} : \frac{3}{2} - \frac{2}{3} = 16 : 5$,

AQ：QC $= \frac{3}{2} - (-2) : 4 - \frac{3}{2} = 7 : 5$ となる。

ここで，$\triangle ABP = 16a$ とすると，$\triangle APR = 21a$ となり，$\triangle AQR = 84a$ と表せる。さらに，$\triangle ARC = 84a\times\frac{12}{7} = 144a$ と表せるので，$144a \div 16a = 9$(倍) となる。

P. 52

15＜解答例＞

(1)　8　　(2)　4　　(3)　$y=-\frac{1}{2}x+4$

(4)　$\left(\frac{8}{3},\ -\frac{8}{3}\right)$

＜考え方・解き方＞

(1) $y=\frac{1}{8}x^2$に $x=-8$を代入して，$y=\frac{1}{8}\times(-8)^2=8$。

よって，点Aのy座標は8となる。

(2)$y=\frac{1}{8}x^2$に $y=2$を代入して，

$2=\frac{1}{8}x^2$

$x^2=16$

$x=\pm4$

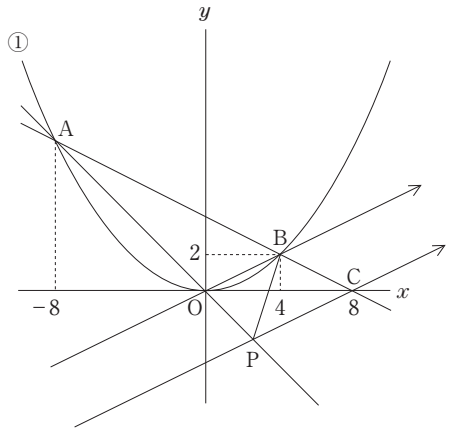
$x>0$より，

$x=4$

したがって，点Bのx座標は4となる。

(3)A$(-8,\ 8)$，B$(4,\ 2)$を通る直線の式を求める。

(4)△PAB＝△OACより，重なっている部分の△OABをのぞいて，次の図のように△OBP＝△OBCとなる。よって，OB∥PCとなればよい。



直線OBの式は$y=ax$にB$(4,\ 2)$を代入して，

$y=\frac{1}{2}x$

直線ABの式にCの$y=0$を代入して，

$0=-\frac{1}{2}x+4$

$x=8$

したがって，C$(8,\ 0)$となる。

OB∥PCより，直線PCの式を$y=\frac{1}{2}x+b$とおき，

C$(8,\ 0)$を代入して，

$0=\frac{1}{2}\times8+b$

$b=-4$

よって，$y=\frac{1}{2}x-4$

直線OAの式は$y=ax$にA$(-8,\ 8)$を代入して，

$y=-x$

点Pの座標は，直線PCと直線OAの交点なので，

$\begin{cases}y=\frac{1}{2}x-4\\y=-x\end{cases}$

これを解くと，

$x=\frac{8}{3},\ y=-\frac{8}{3}$

したがって，点Pの座標は$\left(\frac{8}{3},\ -\frac{8}{3}\right)$となる。

P. 52

16＜解答例＞

(1)　$a=\frac{1}{4}$　　(2)　$y=4x-12$

(3)　①$\frac{1}{2}t+2$　②$t=\frac{4}{3},\ 2$

＜考え方・解き方＞

(1)$y=ax^2$にA$(4,\ 4)$を代入して，

$4=a\times4^2$

$a=\frac{1}{4}$

(2)Bのx座標が-2より，Cのx座標が2とわかる。

㋑の$y=-x^2$に$x=2$を代入すると，

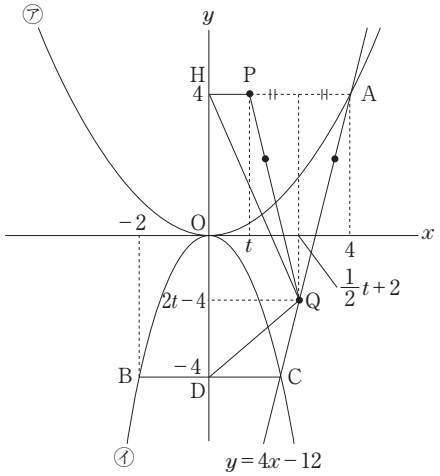
$y=-2^2=-4$

よって，C$(2,\ -4)$となる。

したがって，

A$(4,\ 4)$，C$(2,\ -4)$を通る直線の式を求める。

(3)下図参照。



① QA＝QPより，点Qのx座標は，

点Pと点Aのx座標の中点となる。

P$(t,\ 4)$，A$(4,\ 4)$より，

点Qのx座標は，$\frac{t+4}{2}=\frac{1}{2}t+2$となる。

②直線ACの$y=4x-12$に$x=\frac{1}{2}t+2$を代入して，

$y=4(\frac{1}{2}t+2)-12$

$y=2t-4$

よって，Q$(\frac{1}{2}t+2,\ 2t-4)$となる。

△QHD＝△PHQ×3より，

$\frac{1}{2}\times8\times(\frac{1}{2}t+2)=\frac{1}{2}\times t\times\{4-(2t-4)\}\times3$

$3t^2-10t+8=0$

$t=\frac{4}{3}$，2となる。

P. 53

17＜解答例＞

(1)　$a=2$　　(2)　2

(3)　$y=2x+4$　　(4)　$\left(\frac{3}{4},\ \frac{11}{2}\right)$

＜考え方・解き方＞

(1) $y=ax^2$に A(−1，2)を代入して，

$2=a\times(-1)^2$

$a=2$

(2)(1)より，①の関数は，$y=2x^2$と表すことができる。

$y=8$を代入して，

$8=2x^2$

$x^2=4$

$x=\pm2$

$x>0$より，

$x=2$

したがって，点Bのx座標は2となる。

(3)A(−1，2)，B(2，8)を通る直線の式を求める。

(4)△OPC＝△AOB×$\frac{1}{4}$より，

AB：CP＝4：1となる。

よって，平行線と線分の比の関係から，

Pのx座標は，

$x=\{2-(-1)\}\times\frac{1}{4}$

$=3\times\frac{1}{4}$

$=\frac{3}{4}$

直線ABの式に$x=\frac{3}{4}$を代入して，

$y=2\times\frac{3}{4}+4$

$=\frac{11}{2}$

したがって，点Pの座標は$(\frac{3}{4},\ \frac{11}{2})$となる。

P. 53

18＜解答例＞

(1)　$a=\frac{1}{2}$　　(2)　$y=\frac{6}{5}x+\frac{16}{5}$

(3)　①$\frac{4}{3}$　　②$(-\frac{2}{3},\ \frac{12}{5})$

＜考え方・解き方＞

(1)$y=2x^2$に$x=1$を代入して，

$y=2\times1^2$

$y=2$

よって，A(1，2)となる。

直線OAの式は，$y=ax$にA(1，2)を代入して，

$y=2x$

直線OAの式に$x=4$を代入して，

$y=2\times4$

$y=8$

よって，B(4，8)となる。

$y=ax^2$にB(4，8)を代入して，

$8=a\times4^2$

$a=\frac{1}{2}$

(2)$y=2x^2$に$x=-1$を代入して，

$y=2\times(-1)^2$

$y=2$

よって，C(−1，2)となる。

したがって，

B(4，8)，C(−1，2)を通る直線の式を求める。

(3)①点Pのx座標をtとすると，

P$(t,\ \frac{1}{2}t^2)$，Q$(t,\ 0)$，R$(t,\ 2t^2)$となる。

よって，$PR=2t^2-\frac{1}{2}t^2=\frac{3}{2}t^2$

$QD=4-t$

ここで，PR＝QDより，

$\frac{3}{2}t^2=4-t$

$3t^2+2t-8=0$

$t=-2,\ \frac{4}{3}$

$0<t<4$なので，

$t=\frac{4}{3}$

したがって，点Pのx座標は，$\frac{4}{3}$となる。

②△SPR＝△SQD×$\frac{5}{6}$より，

△SPR：△SQD＝5：6

それぞれの三角形の底辺をPR，QDと考えると，

PR＝QDより，高さの比が5：6となればよい。

ここで，点Sのx座標をmとすると，

直線BCの$y=\frac{6}{5}x+\frac{16}{5}$に$x=m$を代入して，

$y=\frac{6}{5}m+\frac{16}{5}$

よって，S$(m,\ \frac{6}{5}m+\frac{16}{5})$となる。

高さの比が5：6より，

$(\frac{4}{3}-m):(\frac{6}{5}m+\frac{16}{5})=5:6$

$m=-\frac{2}{3}$

点Sのy座標は，$\frac{6}{5}m+\frac{16}{5}$に，$m=-\frac{2}{3}$を代入して，

$\frac{6}{5}\times(-\frac{2}{3})+\frac{16}{5}=\frac{12}{5}$

したがって，点Sの座標は，$(-\frac{2}{3},\ \frac{12}{5})$となる。

P. 54

19＜解答例＞

(1)　4　　(2)　−6

(3)　$y=-\frac{1}{2}x+6$　　(4)　$\left(3,\ \frac{9}{4}\right)$

＜考え方・解き方＞

(1) $y=\frac{1}{4}x^2$に$x=4$を代入して，

$y=\frac{1}{4}\times4^2=4$

したがって，点Aのy座標は 4 となる。

(2)$y=\frac{1}{4}x^2$に$y=9$を代入して，

$9=\frac{1}{4}\times x^2$

$x^2=36$

$x<0$より，

$x=-6$

したがって，点Bのx座標は-6となる。

(3)A(4，4)，B(-6，9)を通る直線の式を求める。

(4)点Pのx座標をtとすると，

P(t，$\frac{1}{4}t^2$)，Q(t，$-\frac{1}{2}t+6$)，R(t，0)となる。

よって，

$QP=-\frac{1}{2}t+6-\frac{1}{4}t^2$

$PR=\frac{1}{4}t^2$

ここで，QP＝PRより，

$-\frac{1}{2}t+6-\frac{1}{4}t^2=\frac{1}{4}t^2$

$t^2+t-12=0$

$t=-4$，3

$t>0$より，$t=3$

したがって，点Pの座標は(3，$\frac{9}{4}$)となる。

P. 54

20＜解答例＞

(1) $a=\frac{1}{4}$　(2) $y=\frac{4}{3}x+\frac{16}{3}$

(3) ①$-\frac{3}{2}t^2+8t+32$　② $t=2+2\sqrt{5}$

＜考え方・解き方＞

(1) $y=\frac{1}{2}x+2$に$x=4$を代入して，

$y=\frac{1}{2}\times4+2$

$y=4$

よって，A(4，4)。これを$y=ax^2$に代入して，

$4=a\times4^2$

$a=\frac{1}{4}$

(2)$y=\frac{1}{4}x^2$に$x=8$を代入して，

$y=\frac{1}{4}\times8^2$

$y=16$

よって，B(8，16)となる。

また，$y=\frac{1}{2}x+2$に$y=0$を代入して，

$0=\frac{1}{2}x+2$

$x=-4$

よって，C(-4，0)。

したがって，B(8，16)，C(-4，0)を通る直線の式を求めるとよい。

(3)① $y=\frac{1}{4}x^2$に$x=t$を代入して，$y=\frac{1}{4}t^2$より，

P(t，$\frac{1}{4}t^2$)となる。

ここで，直線BC上に点Pと同じx座標をもつ点Qをとる。$y=\frac{4}{3}x+\frac{16}{3}$に$x=t$を代入して，

$y=\frac{4}{3}t+\frac{16}{3}$より，Q($t$，$\frac{4}{3}t+\frac{16}{3}$)となる。

よって，△BCP＝△BPQ＋△CPQより，

$\triangle BCP=\frac{1}{2}\times(\frac{4}{3}t+\frac{16}{3}-\frac{1}{4}t^2)\times(8-t)+\frac{1}{2}\times(\frac{4}{3}t+\frac{16}{3}-\frac{1}{4}t^2)\times\{t-(-4)\}$

$=-\frac{3}{2}t^2+8t+32$となる。

②$\triangle PCD=\frac{1}{2}\times\{8-(-4)\}\times\frac{1}{4}t^2$

$=\frac{3}{2}t^2$

$\triangle BCP=\frac{1}{3}\times\triangle PCD$より，

$-\frac{3}{2}t^2+8t+32=\frac{1}{3}\times\frac{3}{2}t^2$

$4\leqq t\leqq8$より，

$t=2+2\sqrt{5}$となる。