

第1講座 数の計算

P. 2

[1]<解答例>

- (1) 0.11 (2) 8 (3) $-\frac{1}{6}$ (4) 0.8 (5) $\frac{7}{10}$
 (6) $\frac{10}{21}$ (7) -4 (8) $\frac{5}{12}$ (9) $\frac{13}{21}$ (10) $\frac{9}{14}$

P. 2

[2]<解答例>

- (1) 6.3 (2) $\frac{16}{12}$ (3) 0.6 (4) 0.56 (5) 14
 (6) 756 (7) $\frac{5}{12}$ (8) 660 (9) 0.35 (10) 0.2

P. 3

[3]<解答例>

- (1) 14 (2) -26 (3) -5 (4) -18 (5) 13
 (6) 15 (7) -20 (8) -7 (9) -6 (10) -13

P. 3

[4]<解答例>

- (1)

-1
0
1
2
3

 (2) (例)ア 1 イ 8

<考え方・解き方>

- (1) 5つの□に数をいくつか入れてみると、次のような入れ方も考えられる。

1	-1
0	1
0	3
2	2

ただし、上の他に上下左右の入れかわり、回転させたものなど別解が多数考えられる。

- (2) イには4の倍数がはいるので、ア、イにはいる数を表で整理すると、アが0となるときは題意に合わない。 (ア、イ)の組は次のように何組も考えられる。

ア	1	2	3	...
イ	8	12	16	...

P. 4

[5]<解答例>

- (1) $7+2\sqrt{6}$ (2) $8\sqrt{3}$ (3) $2\sqrt{3}$
 (4) $3\sqrt{3}$ (5) $9\sqrt{10}$ (6) $6-\sqrt{5}$
 (7) $2\sqrt{2}$ (8) $4\sqrt{2}$ (9) $4\sqrt{6}$
 (10) $7\sqrt{2}$

<考え方・解き方>

- (1) $(\sqrt{6}+1)^2$
 $= (\sqrt{6})^2 + 2 \times \sqrt{6} \times 1 + 1^2$
 $= 6 + 2\sqrt{6} + 1$
 $= 7 + 2\sqrt{6}$
 (2) $\sqrt{27} + \frac{15}{\sqrt{3}}$
 $= 3\sqrt{3} + \frac{15\sqrt{3}}{3}$
 $= 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3}$
 $= 8\sqrt{3}$

$$(3) \quad (\sqrt{6}+\sqrt{3})(\sqrt{8}-2)$$

$$= \sqrt{48} - 2\sqrt{6} + \sqrt{24} - 2\sqrt{3}$$

$$= 4\sqrt{3} - 2\sqrt{6} + 2\sqrt{6} - 2\sqrt{3}$$

$$= 2\sqrt{3}$$

$$(4) \quad \frac{\sqrt{75}}{3} + \sqrt{\frac{16}{3}}$$

$$= \frac{5\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{5\sqrt{3}}{3} + \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$(5) \quad \sqrt{90} + \frac{60}{\sqrt{10}}$$

$$= 3\sqrt{10} + 6\sqrt{10}$$

$$= 9\sqrt{10}$$

$$= \frac{9\sqrt{3}}{3}$$

$$= 3\sqrt{3}$$

$$(6) \quad (\sqrt{5}+1)^2 - \sqrt{45}$$

$$= (\sqrt{5})^2 + 2 \times \sqrt{5} \times 1 + 1^2 - 3\sqrt{5}$$

$$= 5 + 2\sqrt{5} + 1 - 3\sqrt{5}$$

$$= 6 - \sqrt{5}$$

$$(7) \quad \frac{\sqrt{10}}{4} \times \sqrt{5} + \frac{3}{\sqrt{8}}$$

$$= \frac{5\sqrt{2}}{4} + \frac{3}{2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{5\sqrt{2}}{4} + \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

$$= \frac{8\sqrt{2}}{4}$$

$$= 2\sqrt{2}$$

$$(8) \quad (\sqrt{6}-2)(\sqrt{3}+\sqrt{2}) + \frac{6}{\sqrt{2}}$$

$$= \sqrt{18} + \sqrt{12} - 2\sqrt{3} - 2\sqrt{2} + \frac{6\sqrt{2}}{2}$$

$$= 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$$

$$= 4\sqrt{2}$$

$$(9) \quad \sqrt{30} \div \sqrt{5} + \sqrt{54} \quad (10) \quad \frac{6}{\sqrt{2}} + \sqrt{32}$$

$$= \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{5}} + 3\sqrt{6} \quad = \frac{6\sqrt{2}}{2} + 4\sqrt{2}$$

$$= \sqrt{6} + 3\sqrt{6} \quad = 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$$

$$= 4\sqrt{6} \quad = 7\sqrt{2}$$

P. 4

[6]<解答例>

- (1) $n = -6, 4$ など (2) 12.25
 (3) ア 4 イ 5 ウ 7 (4) ① ウ ② ア
 (5) 17, 18, 19 (6) $n = 12$
 (7) $a = 7, b = 5$ (8) (例)ア 3 イ 27
 (9) $P = 83$ (10) 16個

<考え方・解き方>

- (1) $20(4n+29) = 2^2 \times 5 \times (4n+29)$ なので、 $4n+29 = 5 \times a^2$ とおくと、
 $a = 1$ のとき、
 $4n+29 = 5 \times 1^2 \quad n = -6$
 $a = 2$ のとき、
 $4n+29 = 5 \times 2^2 \quad n = -\frac{9}{4}$ なので不適。
 $a = 3$ のとき、
 $4n+29 = 5 \times 3^2 \quad n = 4$
 この要領で、 $a = 4, 5, 6 \dots$ として調べていくと、

n が見つかっていく。

$$(2) \sqrt{54} = 7.35 \text{ より,}$$

$$3\sqrt{6} = 7.35$$

$$\sqrt{6} = 2.45$$

ここで, $\sqrt{150} = 5\sqrt{6}$ だから,

$$\sqrt{150} = 5\sqrt{6}$$

$$= 5 \times 2.45$$

$$= 12.25$$

$$(3) \sqrt{16} < \sqrt{21} < \sqrt{25} \text{ より,}$$

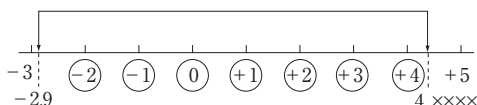
$$4 < \sqrt{21} < 5$$

よって,

$$\sqrt{21} = 4. \times \times \times \times$$

-2.9 より大きく 4. $\times \times \times \times$ より小さい整数は,

-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 の 7 個である。



$$(4) \textcircled{1} a = -3^2$$

$$= -3 \times 3$$

$$= -9$$

よって, $a < b$

$$\textcircled{2} a = \sqrt{4} + \sqrt{36}$$

$$= 2 + 6$$

$$= 8$$

$$= \sqrt{64}$$

よって, $a > b$

(5) 3つの連続する自然数を $n-1$, n , $n+1$ とおくと, これらの和は, $(n-1) + n + (n+1) = 3n$, $3n$ は 3 の倍数で, これが 50 に近くなるのは 48, 51, 54 のいずれかである。この中で, 4 で割って 2 余る数を求めると,

$$48 \div 4 = 12$$

$$51 \div 4 = 12 \text{ 余り } 3$$

$$54 \div 4 = 13 \text{ 余り } 2$$

よって, $3n = 54$ より, $n = 18$

連続する 3 つの自然数は 17, 18, 19 となる。

$$(6) 75 = 3 \times 5^2 \text{ なので,}$$

$$\frac{\sqrt{75n}}{2} = \sqrt{\frac{3 \times 5^2 \times n}{4}}$$

よって, $n = 3 \times 4$

$$= 12$$

$$(7) 2 < \sqrt{a} < 3 \text{ より,}$$

$$\sqrt{4} < \sqrt{a} < \sqrt{9}$$

$$4 < a < 9$$

だから, $a = 5, 6, 7, 8$ のいずれかである。

ここで,

$$ab - a = 28$$

$$a(b-1) = 28$$

よって, a は 28 の約数なので,

$$a = 7, b = 5$$

(8) $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ だから, これと $\sqrt{\text{ア}}$ がまとめられるには 例えば ア に 3 が入ればよいので,

$$\sqrt{12} + \sqrt{3} = 2\sqrt{3} + \sqrt{3}$$

$$= 3\sqrt{3}$$

$$= \sqrt{27}$$

このとき, イには 27 が入る。

(9) $P = 10a + b$, $Q = 10b + a$ (a, b は 1 けたの自然数) と

すると,

$$P - Q = 45$$

$$(10a + b) - (10b + a) = 45$$

$$9a - 9b = 45$$

$$a - b = 5$$

よって, a と b の組み合わせは, 次の 4 組ある。

a	6	7	8	9
b	1	2	3	4

また,

$$P + Q = (10a + b) + (10b + a)$$

$$= 11a + 11b$$

$$= 11(a + b)$$

なので, $\sqrt{P+Q} = \sqrt{11(a+b)}$ が自然数になるためには, $a+b=11$ であればよい。よって, 上の表より,

$$a = 8, b = 3$$

よって, $P = 10a + b = 83$

(10) 8, 9 を $\sqrt{\quad}$ に入れると,

$$\sqrt{64} < \sqrt{a} < \sqrt{81}$$

$$64 < a < 81$$

よって, $a = 65, 66, \dots, 80$ である。

P. 6

[7] <解答例>

(1) 5 (2) 13 けた

<考え方・解き方>

(1) 2000 を素因数分解して考えると,

$$\frac{2000}{n} = \frac{2^4 \times 5^3}{n}$$

よって, 2 の指数はもともと偶数であるから, 5 の指数が偶数になるような約分ができればよい。よって, $n=5$ である。ちなみに, $n=5$ にするとどのようなかというところ,

$$\begin{aligned} \frac{2^4 \times 5^3}{5} &= 2^4 \times 5^2 \\ &= (2^2 \times 5) \times (2^2 \times 5) \\ &= (2^2 \times 5)^2 \end{aligned}$$

となり, $n=5$ のとき $\frac{2000}{n} = (2^2 \times 5)^2 = 20^2$ で, 20 の平方のかたちになる。

(2) (1) と同じ考えで, その他の場合をさがすと, $n=5$, 5×2^2 , 5×2^4 , 5^3 , $5^3 \times 2^2$, $5^3 \times 2^4$ がある。

これをすべてかけあわせると,

$$\begin{aligned} 2^{12} \times 5^{12} &= (2 \times 5)^{12} \\ &= 10^{12} \end{aligned}$$

となり, 10^{12} は 13 けたの数になる。

P. 6

[8] <解答例>

(1) 8 (2) 小数第 111 位

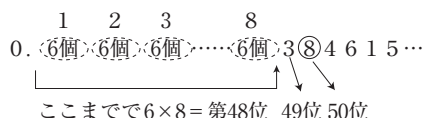
<考え方・解き方>

$$(1) \frac{5}{13} = 0.\overline{384615} \text{ となり,}$$

3 8 4 6 1 5 の 6 個の数字がくり返されるから, 50 番の数を求めるには, 50 を 6 で割って, その余りを考えればよい。よって,

$$50 \div 6 = 8 \cdots 2$$

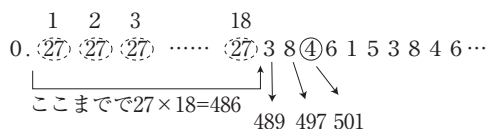
よって、下図より、小数第50位の数は8である。



- (2) $3+8+4+6+1+5=27$ であるので、(1)と同様に27のかたまりがいくつあると500をこえるかを考える。
よって、

$$500 \div 27 = 18 \cdots 14$$

となる。



④のところで500をこえるので、④の数が小数第何位かを考える。○の中に6個の数があり、それが18組と、3, 8, 4の3個の数があるから、

$$6 \times 18 + 3 = 111$$

よって、④は小数第111位の数である。

P. 6

9<解答例>

- (1) 7
(2) 次のいずれかである。

$\boxed{\text{イ}} = 11$	$\boxed{\text{イ}} = 13$	$\boxed{\text{イ}} = 14$
$\boxed{\text{ウ}} = 14$	$\boxed{\text{ウ}} = 14$	$\boxed{\text{ウ}} = 17$

<考え方・解き方>

- (1) $\boxed{\text{ア}}$ に入る数は、7または8であるが、1番目～4番目の約数に4がないので、5番目以降の約数に4の倍数がでてくことはない。よって、8は条件に合わない。
- (2) 同様に、 $\boxed{\text{イ}}$, $\boxed{\text{ウ}}$ に入る数は、10, ⑪, 12, ⑬, ⑭, 15, 16, ⑰のいずれか2つが考えられるが、(1)より、4の倍数がくることはないので、12と16が除ける。また、(1)と同じ理由で、5の倍数がくることもないので、10, 15が除かれる。逆に $\boxed{\text{ア}}$ が7であることから14は必ず入ることになるので、残りの3つの数との組み合わせを考えて、11と14, 13と14, 14と17の3通りが考えられる。

P. 7

10<解答例>

残りの2つの数は、 $n-6$, $n+6$ と表される。

3つの数の和は、

$$(n-6) + n + (n+6) = 3n$$

n は中央の数だから、 $3n$ は中央の数の3倍である。